

UNIVERSIDAD DE LA FRONTERA
FACULTAD DE CIENCIAS AGROPECUARIAS Y FORESTALES



**ANÁLISIS DE MODELOS ESTIMADORES DE ALTURA INDIVIDUAL EN
RENOVALES DE ROBLE-RAULÍ-COIGÜE**

Tesis presentada a la Facultad de Ciencias Agropecuarias y Forestales de la Universidad de La Frontera. Como parte de los requisitos para optar al título de Ingeniero Forestal.

VÍCTOR HUGO ROCCO TOLOZA

TEMUCO – CHILE
2011

UNIVERSIDAD DE LA FRONTERA
FACULTAD DE CIENCIAS AGROPECUARIAS Y FORESTALES



**ANÁLISIS DE MODELOS ESTIMADORES DE ALTURA INDIVIDUAL EN
RENOVALES DE ROBLE-RAULÍ-COIGÜE**

Tesis presentada a la Facultad de Ciencias Agropecuarias y Forestales de la Universidad de La Frontera. Como parte de los requisitos para optar al título de Ingeniero Forestal.

VÍCTOR HUGO ROCCO TOLOZA
PROFESOR GUÍA: CHRISTIAN EDUARDO SALAS ELJATIB

TEMUCO – CHILE
2011

**“ANÁLISIS DE MODELOS ESTIMADORES DE ALTURA INDIVIDUAL EN
RENOVALES DE ROBLE-RAULÍ-COIGÜE”**

PROFESOR GUÍA:

Nota:

CHRISTIAN SALAS ELJATIB
Ingeniero Forestal
M. Sc. in Statistics
M. Phil. in Biometrics
Ph.D. in Biometrics
Departamento de Ciencias Forestales
Universidad de La Frontera

PROFESOR CONSEJERO:

Nota:

ADISON ALTAMIRANO NAVARRETE
Ingeniero Forestal
Dr. en Ciencias Forestales
Departamento de Ciencias Forestales
Universidad de La Frontera

PROFESOR CONSEJERO:

Nota:

OSCAR THIERS ESPINOZA
Ingeniero Forestal
Dr. rer. nat.
Instituto de Silvicultura
Universidad Austral de Chile

CALIFICACIÓN PROMEDIO DE LA TESIS:

A mi hermosa familia.

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a varias personas que estuvieron apoyándome para que la culminación de esta importante etapa fuera posible.

Don Christian Salas Eljatib, profesor del Departamento de Ciencias Forestales de la Universidad de La Frontera, quien me acogió y entusiasmo con el tema desarrollado, guiándome de verdad durante todo el proceso y animándome para sacar adelante el estudio. Gracias también por las necesarias correcciones y por enseñarme a trabajar en R, prendí a exigirme más. Gracias por la confianza y el tiempo dedicado.

Don Adison Altamirano Navarrete, profesor del Departamento de Ciencias Forestales de la Universidad de La Frontera, quien me integró al equipo del Laboratorio de Análisis Cuantitativo de Recursos Naturales, donde comencé a trabajar con los datos que luego utilicé en mi tesis. Gracias también por las correcciones realizadas al documento.

Don Oscar Thiers Espinoza, profesor del Instituto de Silvicultura de la Universidad Austral de Chile, quien revisó detalladamente mi tesis y realizó múltiples aportes y consejos. Gracias también por exigirme en el examen de grado, disfruté mi defensa.

A mis padres Hugo y Raquel, que a pesar de no estar cerca mío, siempre los tuve presentes. Gracias por las palabras de aliento.

A mis abuelos Hugo (Q.E.P.D.) y Sonia, por apoyarme en todas mis decisiones y oportunidades académicas, aún cuando mi desempeño no fue siempre bueno. También por su gran aporte a mi vida familiar.

A mi tía Claudia, por estar siempre preocupada de mí y mi familia.

A la Minda y a la Oly, quienes nos han ayudado desde hace años con nuestro hijo, pudiendo gracias a ello avanzar en nuestros estudios, muchas gracias por su tiempo y cariño.

A mis amigos. En especial a Claudio Lagos, quien me acompañó durante toda la carrera en las buenas y en las malas, y a Cristian Jiménez, quien me acompañó durante el desarrollo de esta tesis, pasando a veces más tiempo en el laboratorio que en nuestras respectivas casas.

Y finalmente, de manera muy especial a mi propia familia (Consuelo, Victorcito y quien venga en camino). Gracias por estar siempre conmigo, su amor me ha dado fuerza para mejorar como persona y luchar por nosotros.

MUCHAS GRACIAS

ÍNDICE DE MATERIAS

Capítulo		Página
1	INTRODUCCIÓN	1
2	REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	3
2.1	Importancia de la altura de los árboles	3
2.2	Modelos de estimación de altura individual	4
2.2.1	Clasificación de modelos de altura	5
2.2.2	Tipos de estudios de modelos de altura	7
2.2.2.1	Estudios típicos de modelos de altura	7
2.2.2.2	Estudios de modelación de altura	9
3	MATERIAL Y MÉTODO	21
3.1	Material	21
3.1.1	Área de estudio	21
3.1.2	Datos	22
3.1.2.1	Procesamiento de datos	23
3.2	Método	24
3.2.1	Unidades homogéneas de inventario	24
3.2.2	Ajuste y comparación de modelos	26
3.2.2.1	Etapa 1: Comparación de modelo tradicional, categóricos y generalizados	26
3.2.2.2	Etapa 2: Validación independiente	32
3.2.2.3	Etapa 3: Ajuste y validación de modelos generalizados combinados	33
4	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	35
4.1	Descripción de la muestra	35
4.2	Ajuste y comparación de modelos	38
4.2.1	Etapa 1: Comparación de modelo tradicional, categóricos y generalizados	38
4.2.2	Etapa 2: Validación independiente	41
4.2.3	Etapa 3: Comparación de modelos generalizados combinados	44
4.2.4	Análisis de capacidades predictivas por clases de validación	46

4.2.5	Comparación con otros estudios similares	52
5	CONCLUSIONES	56
6	RESUMEN	57
7	SUMMARY	58
8	LITERATURA CITADA	59
9	ANEXOS	65

ÍNDICE DE CUADROS

Nº		Página
1	Variables de estado de rodal más exitosas de los estudios de modelos generalizados, en frecuencia descendente de izquierda a derecha.	15
2	Variables de estado de rodal más exitosas de los estudios que comparan modelos tradicionales con modelos generalizados, en frecuencia descendente de izquierda a derecha.	19
3	Cantidad árboles muestra (y parcelas) que cumplían con requerimientos mínimos para ser analizadas, segregadas por especie y región.	22
4	Número de parcelas de muestreo de acuerdo a pisos vegetacionales por región (UHI).	25
5	Listado de modelos ajustados.	27
6	Listado de nuevos modelos generalizados (combinados).	33
7	Estadística descriptiva de datos de ajuste de roble por unidades homogéneas de inventario (UHI) y total.	35
8	Estadística descriptiva de datos de validación de roble por UHI y total.	36
9	Estadísticos de exactitud (RMSD) y precisión (DA) en metros y porcentaje, calculados sobre la muestra de ajuste de roble.	39
10	Estadísticos de exactitud y precisión obtenidos en la validación independiente.	42
11	Ranking general de todos los modelos validados en forma independiente, seleccionados como los mejores por categoría en una validación en la muestra de ajuste realizada con anterioridad.	43
12	Estadísticos de precisión y exactitud del mejor modelo por categoría en cada UHI de la muestra independiente.	43
13	Estadísticos de exactitud (RMSD) y precisión (DA) en metros y porcentaje sobre el total de la muestra de ajuste para todos los modelos generalizados combinados.	45
14	Estadísticos de exactitud y precisión obtenidos en la validación independiente con el total de la muestra para todos los modelos generalizados combinados.	45

15	Ranking de modelos generalizados combinados.	46
16	Modelos seleccionados para análisis final, evaluación en clases de altura.	46
17	Estadísticos de precisión y exactitud del mejor modelo por categoría en cada UHI de la muestra independiente.	51
18	Comparación de resultados de ajuste con estudio realizado en plantaciones de pino insigne.	52
19	Comparación de resultados de validación independiente con estudio realizado en plantaciones de pino insigne.	53
20	Comparación de resultados de ajuste con otro estudio realizado en renovales de roble-raulí-coigüe, considerando mejor modelo generalizado con H_{dom} .	55
21	Comparación de resultados de ajuste con otro estudio realizado en renovales de roble-raulí-coigüe, considerando mejor modelo generalizado sin H_{dom} .	55

ÍNDICE DE FIGURAS

Nº		Página
1	Distribución de parcelas (círculos rojos) en renovales de roble-raulí-coigüe (verde) en el área de estudio.	21
2	Dispersión $h-d$ de la muestra de ajuste (a) y validación (b).	38
3	RMSD en porcentaje en clases de validación de altura en metros para los tres modelos generalizados seleccionados.	48
4	AD en porcentaje en clases de validación de altura en metros para los tres modelos generalizados seleccionados.	48
5	RMSD (a) y AD (b) en porcentaje en clases de validación de altura en metros para el modelo categórico de dosel en la UHI con mayor número de observaciones (CoU114).	50

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo

1	Modelos tradicionales comparados para elección de modelo base.	66
2	Parámetros estimados, estadísticos de capacidades predictivas y estadística descriptiva de la estimación de los modelos tradicionales ajustados en roble (n=1.646) para elección de modelo base.	69
3	Parámetros estimados de los modelos ajustados en roble por UHI o en toda la muestra.	71
4	Parámetros estimados de los modelos generalizados combinados, ajustados en roble.	72
5	Clases de validación en base de ajuste.	73
6	Comparación de modelo tradicional global y local en base a estadísticos de precisión y exactitud obtenidos en clases de validación de la muestra de ajuste (anexo 5).	74
7	Comparación de mejores modelos categóricos en base a estadísticos de precisión y exactitud obtenidos en clases de validación de la muestra de ajuste (anexo 5).	74
8	Comparación de mejores modelos generalizados de densidad en base a estadísticos de precisión y exactitud obtenidos en clases de validación de la muestra de ajuste (anexo 5).	75
9	Estadísticos de exactitud y precisión de modelos generalizados por UHI.	76
10	Estadísticos de exactitud y precisión de modelos generalizados combinados por UHI.	78
11	Clases de validación en base de validación independiente.	80
12	Estadísticos de precisión y exactitud de mejores modelos generalizados por clase de validación en muestra independiente.	81
13	Estadísticos de precisión y exactitud de modelo categórico local por clase de validación en muestra independiente, segregados por UHI (CoU114).	81
14	Estadísticos de precisión y exactitud de modelo categórico local por clase de validación en muestra independiente, segregados por UHI (RaTre8).	82

15	Estadísticos de precisión y exactitud de modelo categórico local por clase de validación en muestra independiente, segregados por UHI (RoLi8).	82
16	Estadísticos de precisión y exactitud de modelo categórico local por clase de validación en muestra independiente, segregados por UHI (RoLi9).	82
17	Comparación de mejores modelos en base a estadísticos de precisión y exactitud obtenidos en clases de validación de la muestra de validación independiente (anexo 11).	83
18	RMSD (c) y AD (d) en porcentaje en clases de validación de altura en metros para el modelo categórico de dosel en la UHI con el segundo mayor número de observaciones (RoLi9).	84
19	RMSD (e) y AD (f) en porcentaje en clases de validación de altura en metros para el modelo categórico de dosel en la UHI con el tercer mayor número de observaciones (RaTre8).	85
20	RMSD (g) y AD (h) en porcentaje en clases de validación de altura en metros para el modelo categórico de dosel en la UHI con el menor número de observaciones (RoLi8).	86

1. INTRODUCCIÓN

La altura de un árbol es una variable de vital importancia para la caracterización de árboles individuales y ecosistemas forestales. Dicha variable se define como la distancia vertical de un cuerpo respecto a la tierra o a cualquier otra superficie tomada como referencia. La altura de árboles dominantes de un bosque o rodal tiene relación con la calidad del sitio forestal, por eso es usada como indicador de productividad. Además, es ampliamente utilizada para el cálculo y estimación de un gran número de variables de importancia en la caracterización de bosques, tales como volumen, biomasa y carbono.

A diferencia del diámetro (d), la medición de la altura (h) resulta difícil, lenta y por ende costosa. Por ello, se necesitan modelos que, en base a la medición del d permitan estimar altura de árboles a los cuales no se les midió altura. Estos modelos estimadores de altura individual, o simplemente referidos como modelos de altura, son fundamentales para la caracterización de los bosques. Su importancia les ha llevado a ser motivo de muchos estudios, en los que se ha probado una serie de funciones matemáticas (i.e., modelos, ecuaciones) en su aptitud como curvas de ajuste de altura. Se recomienda que los modelos usados en predicciones de altura sean razonables tanto con el criterio relacionado a los datos (ajuste) como con el criterio biológico (incremento monótonico, punto de inflexión y valor asintótico), éste último pocas veces considerado.

Los modelos de altura pueden ser clasificados de distintas maneras. Algunas de estas clasificaciones pueden ser hechas por la forma funcional, por la cantidad de parámetros, por la linealidad o no linealidad de los parámetros y por el tipo de variables predictoras empleadas. Si se clasifican en base a este último criterio, se pueden distinguir tres tipos de modelos: a) tradicionales (empleando sólo d), b) categóricos (d y variables categóricas de árbol y/o sitio); y c) generalizados (d y variables de estado de rodal).

Los modelos de altura para especies de bosques naturales de Chile son escasos, debido a la gran variabilidad de su composición arbórea y complejidad estructural. Si bien existen algunos estudios que ajustan modelos de altura en éstos, especialmente en renovales de *Nothofagus*

obliqua-Nothofagus nervosa-Nothofagus dombeyi (roble-raulí-coigüe), principalmente se trata de caracterizaciones y propuestas silvícolas, utilizándose modelos como parte del proceso para estimar volumen. Estos estudios, denominados estudios tradicionales de modelos de altura, tienen una serie de problemas, tales como: pequeño tamaño muestral, muestra procedente de áreas geográficas reducidas y condiciones de rodal homogéneas, tendencia al agrupamiento de especies, comparación de modelos insuficiente o nula, uso exclusivo de modelos tradicionales y métodos de selección de modelos basados únicamente en la evaluación de la bondad de ajuste.

A diferencia de los estudios tradicionales, existen otros estudios referidos a modelación de altura, los que concentran sus esfuerzos en obtener estimaciones precisas e insesgadas. Para ello, la mayoría utiliza extensas bases de datos, que consideran un amplio rango de condiciones de rodal, como diferentes edades, densidades, alturas, composición y calidad de sitio. Además, comparan variados modelos, prueban múltiples variables, utilizan diversas estrategias de modelación y selección de modelos, evaluando además de la bondad de ajuste, las capacidades predictivas.

A pesar de la importancia de los renovales de roble-raulí-coigüe, existen escasos estudios de modelación de altura en ellos (e.g., Moreno y Gezan, 2000), desconociéndose la relación de altura-diámetro de los distintos rodales existentes y las variables predictoras que podrían explicar mejor la variación en altura, para la gran diversidad de condiciones de rodal, procurando reducir los errores de estimación. Los renovales (i.e., bosques secundarios) constituidos por especies nativas, son considerados como unidades con un potencial altamente rentable (Grosse, 1989), ya que de ellos se puede obtener un volumen importante de madera en un plazo mediano (Puente *et al.*, 1979). Dentro de los renovales, destacan aquellos rodales con presencia de árboles del género *Nothofagus*, los cuales se presentan como un recurso renovable de buen potencial económico (Grosse, 1989).

El objetivo general de este estudio es analizar modelos estimadores de altura individual en renovales de roble-raulí-coigüe. Como objetivos específicos se plantea ajustar modelos estimadores de altura individual de tipo tradicionales, categóricos y generalizados, y evaluar sus capacidades predictivas.

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

2.1 La importancia de la altura de los árboles

La altura (h) es una variable vital para caracterizar árboles y bosques. La altura del árbol es una característica dimensional, que corresponde a la distancia entre el ápice y la base del árbol, medida a lo largo de una perpendicular, desde el ápice hacia abajo. Además, conocer h para cada árbol es un paso trascendental para poder posteriormente calcular importantes variables de estado de rodal, tales como altura de rodal, volumen, biomasa y carbono. Las alturas de rodal corresponden a alturas medias, ya sea de todos los árboles o bien de un grupo selecto. El volumen suele estimarse a nivel de árbol y es llevado a nivel de rodal sumando los volúmenes de todos los árboles. La biomasa también es estimada a nivel de árbol (Keith *et al.*, 2000; Brandeis *et al.*, 2006; Fonseca *et al.*, 2009; Gyenge *et al.*, 2009) y es llevada a nivel de rodal mediante sumatoria. Esta variable requiere conocer tanto el volumen comercial como el volumen de ramas y hojas, en general para fines bioenergéticos.

Además, en las últimas décadas, se han realizado estudios que estiman el carbono presente en la biomasa del árbol (e.g., Schlegel, 2001; Gayoso y Guerra, 2005), los que también necesitan determinar la biomasa radicular para conocer la cantidad total de carbono almacenado en el árbol, que varía según la sección de éste y la especie, entre otros aspectos. El carbono ha cobrado especial importancia con el fin de valorizar los bosques como aplacadores del calentamiento global. Inclusive variables como esta última, de connotación ambiental a nivel mundial, dependen de la variación en altura. La altura también es necesaria para predecir el crecimiento futuro a través de características de rodal y para representar una variable objetivo en ensayos de procedencia, progenie y especies, así como también en experimentos silvícolas (van Laar y Akça, 1997).

La altura también es importante por su relación con en el sitio forestal. El crecimiento en altura es considerado como un indicador de la capacidad de un sitio para el desarrollo de los árboles, Loetsch y Haller (1964); citados por Herrera y May (1976), ya que se ve menos influenciada por la densidad de los rodales, a diferencia del diámetro (Donoso, 1992). Es por ello, que la

productividad de un sitio es comúnmente representada por el índice de sitio (*IS*). Este índice, corresponde a la altura dominante alcanzada por un rodal a una determinada edad (Husch *et al.*, 1972), resultando práctico de calcular en plantaciones forestales, ya que en ellas se conoce la edad de establecimiento.

2.2 Modelos de estimación de altura individual

La medición de la altura resulta difícil, lenta y por ende costosa. Dicha dificultad se acrecenta mientras más alto es el árbol, ya sea por el método utilizado (medición directa o indirecta), el alcance¹ del instrumento usado o por problemas para distinguir el ápice. Dentro de la medición directa es posible distinguir entre medición destructiva y no destructiva, resultando ambas lentas, costosas y peligrosas. La primera implica el volteo de árboles para su posterior medición con huincha en el suelo y la segunda requiere de huinchas o varas para medir árboles en pie, o bien utilizando una escalera graduada e incluso trepando el árbol. Por otro lado, la medición indirecta requiere el uso de instrumentos para medir a distancia, basados en principios geométricos y trigonométricos. Dentro de los primeros se pueden destacar los hipsómetros Christen, Vorkampff-Laue, Merrit (Prodan *et al.*, 1997) y Chapman (van Laar y Akça, 1997), y dentro de los últimos se hace mención a los hipsómetros Blume-Leiss (Prodan *et al.*, 1997) y Haga (Kramer y Akça, 1995) e incluso el Nivel de Abney (van Laar y Akça, 1997). En los años recientes, los instrumentos que utilizan tecnologías ultrasónicas y láser están siendo cada vez más empleados. Algunos de ellos son, la forcípula Mantax, el hipsómetro Vertex y el Criterion (Prodan *et al.*, 1997). A pesar de que el avance de la tecnología se ha traducido en mediciones de altura más precisas y exactas, éstas siguen siendo costosas. Por ello, se necesitan modelos que empleando variables de fácil medición, permitan estimar altura con mayores niveles de confianza.

Los modelos estimadores de altura individual son claves para la caracterización de los bosques. Este concepto es explicado por Salas *et al.* (2010) como sigue: Para contar con los datos requeridos en la construcción de estos modelos, se replantean unidades muestrales (i.e., parcelas),

¹ Alcance referido a la distancia que el instrumento es capaz de medir (e.g., varas telescópicas).

donde se mide el diámetro de todos los árboles dentro de ellas, pero sólo en una submuestra de éstos se mide la altura total. Posteriormente, con dicha muestra se ajustan modelos que relacionan h con d , denominados modelos de altura-diámetro, permitiendo luego estimar las alturas de aquellos árboles a los que no se les midió este atributo (alturas faltantes). Estos modelos son esenciales para poder contar con valores de altura para cada árbol de la parcela. Para ello es posible utilizar varios tipos de modelos o funciones matemáticas (Prodan *et al.*, 1997), una de ellas es la parábola de segundo grado u orden, aunque también pueden ser usadas funciones logarítmicas y de otro tipo (Kramer y Akça, 1995).

Se recomienda que los modelos usados en predicciones de altura sean razonables tanto con el criterio relacionado a los datos (ajuste) como con el criterio biológico (crecimiento finito), éste último pocas veces considerado. En resumen, los modelos tienen que cumplir con tres propiedades (Yuancai y Parresol, 2001): 1. Incremento monotónico, 2. Punto de inflexión, 3. Valor asintótico. Estas características son importantes, especialmente para hacer extrapolaciones (Yuancai y Parresol, 2001), es decir, para probar el modelo fuera de los datos del ajuste. Existen modelos que aumentan la estimación de altura ilimitadamente a medida que aumenta el diámetro, lo que no concuerda con la realidad. Esto no sucedería si el modelo fuera asintótico.

2.2.1 Clasificación de modelos de altura

Los modelos de altura se pueden clasificar en los siguientes:

a) **Modelos tradicionales:** este tipo de modelos poseen la siguiente relación funcional:

$$h = f(d), \quad (2.1)$$

donde h es altura, d es diámetro a la altura del pecho y $f(\cdot)$ es una función matemática que relaciona h con d . Nótese que $f(\cdot)$ puede ser lineal o no lineal. Existe una gran cantidad de modelos tradicionales, como los indicados en Kramer y Akça (1995) y van Laar y Akça (1997).

Este tipo de modelos denominados también ecuaciones locales (Sloboda *et al.*, 1993), son los modelos más sencillos de ajustar, ya que sólo requieren del diámetro como variable predictora.

La relación altura-diámetro tiene un carácter estrictamente local, debido al hecho de que es influida por todos los factores del sitio que afectan el desarrollo del rodal. Además, esta relación sufre variaciones con la edad, la calidad del sitio y la densidad del rodal (Real y Sandoval, 1986; citados por Hernández, 1996). En rodales coetáneos, la relación altura-diámetro varía con la calidad del sitio y con la densidad. Rodales de extensa superficie pueden presentar grandes variaciones locales en la calidad del sitio y en la densidad, aún cuando hayan constituido una unidad respecto al manejo durante toda su historia. En tales circunstancias, una relación única $h-d$ ajustada para todo el rodal sería la resultante de muchas relaciones diferentes $h-d$, con una consiguiente gran variabilidad en torno a la línea de regresión (Prodan *et al.*, 1997).

El empleo de modelos tradicionales supone que la unidad de inventario es homogénea en densidad, estructura y calidad del sitio. De lo contrario, la relación funcional entre el diámetro y la altura es muy débil (Cox, 1992). Por ello, se recomienda ajustar ecuaciones separadamente para las diferentes parcelas cuando las condiciones del rodal son variables (Clutter *et al.*, 1983; citados por Chacón, 2005).

b) Modelos categóricos: este tipo de modelos poseen la siguiente relación funcional:

$$h = f(d, CV), \quad (2.2)$$

donde CV representa a una variable categórica y el resto de la expresión corresponde a lo señalado en el punto 2.1. Esta última, puede ser una variable de naturaleza discreta como la posición sociológica de cada árbol (también denominada clase de copa), o bien una variable continua que se categoriza, tal como las variables topográficas, las que son medidas a nivel de sitio (por ejemplo exposición, pendiente y altitud).

c) **Modelos generalizados**: este tipo de modelos se definen según la siguiente forma:

$$h = f(d, SV), \quad (2.3)$$

donde SV representa variables de estado de rodal, tales como medidas de densidad, competencia y sitio, y el resto de la expresión corresponde a lo señalado en el punto 2.1. Entre las SV más fáciles de obtener están el número de árboles por hectárea (N), área basal por hectárea (G) y diámetro medio cuadrático (DMC); debido a que el cálculo de estas variables es posible tan sólo contando con los diámetros de los árboles. Otras variables utilizadas en estos modelos son, las alturas medias de rodal y la edad de rodal. Estos modelos son también denominados como modelos *parametrizados* de altura, porque las SV que éstos utilizan son interpretadas como parámetros de rodal (Prodan *et al.*, 1997), sin embargo en este estudio se emplea el término *generalizados*.

2.2.2 Tipos de estudios de modelos de altura

2.2.2.1 Estudios típicos de modelos de altura

Varios estudios abordan la estimación de altura. La mayoría de los estudios que caracterizan bosques para hacer propuestas silvícolas (estudios típicos o tradicionales) necesitan estimar el volumen y para ello previamente la altura de todos los árboles. Para eso es necesario contar con modelos estimadores de altura, pero ya que sólo se trata de un proceso específico dentro de un estudio más general, no se concentran grandes esfuerzos en su desarrollo.

Se han realizado estudios que ajustan un único modelo. Dentro de éstos, Herrera y May (1976) en renovales de raulí-roble en Jauja (provincia de Malleco) y Soler (1978) en renovales de roble-raulí-coigüe (provincia de Valdivia) no compararon modelos, sólo ajustaron la parábola de segundo grado, con datos de los doseles superior (dominantes y codominantes), intermedio e inferior en el primer caso y con datos de raulí del dosel superior en el segundo, sin embargo el modelo fue usado para predecir las alturas de todos los árboles, sin importar la especie. Otro

modelo no comparado fue construido para estimar alturas de roble-raulí en tres sectores (Jauja en Malleco, Casas viejas en Cautín y Pirihueico en Valdivia) por Puente *et al.* (1981); el cual incluyó una variable independiente distinta al diámetro (la edad “*E*”), pero no detalla si ésta es a nivel de árbol o rodal. Si fuera edad de rodal, se trataría entonces de un modelo generalizado, aunque la edad resulta poco práctica para ser utilizada en bosques naturales, independiente del nivel al que esté medida. Esto último, dado que habría que medir la edad de todos los árboles a diferencia de una plantación, donde cada árbol tiene la misma edad, siendo ésta calculada con la fecha de establecimiento.

Por otro lado, existen estudios que sí realizan comparaciones de modelos. Nuñez y Peñaloza (1986) seleccionaron tres modelos tradicionales para raulí-roble, coigüe y otras especies en los predios Jauja y Santa Luisa (Malleco), después de haber probado una serie de modelos. En este estudio se ajustó un modelo por sector para raulí-roble (nueve en total), en cambio tanto para coigüe como para otras sólo se ajustó una función general. Si bien se compararon algunos modelos, no se señala cuántos.

Más tarde aparecen estudios que comparan varios modelos, señalan la cantidad y presentan un listado de los mismos, lo que permite observar y comparar sus formas funcionales. En el estudio de Pincheira (1993), desarrollado en un renoval de raulí-roble, también ubicado en el fundo Jauja, se compararon siete modelos tradicionales para ambas especies en forma conjunta, para las mediciones de 1983 y 1991. En cuanto a las demás especies, se les estimó la altura con el modelo ajustado por Nuñez y Peñaloza (1986). Sólo se ajustó un modelo por ensayo, a pesar de la existencia de distintos tratamientos de raleo. También en bosques naturales, es destacable el estudio de Lahsen (2003), donde se compararon 22 modelos tradicionales en un renoval intervenido del tipo roble-raulí-coigüe en la provincia de Ñuble. En este estudio también se agruparon roble-raulí para uno de los dos rodales. Finalmente, Chacón (2005) evaluó cinco modelos tradicionales en un total de 12 parcelas divididas en tres tratamientos de área basal. En dicho estudio, se evaluaron cinco modelos tradicionales en un total de 12 parcelas divididas en tres tratamientos de área basal residual (Testigo, 10 y 20 m²/ha), quedando cuatro parcelas por cada tratamiento. Este proceso se replicó en tres años de medición (1979, 1988 y 1999).

A pesar de que la tendencia ha sido aumentar la cantidad de modelos ajustados en los distintos estudios, existen algunos más actuales que no llevan a cabo comparaciones. Un sólo modelo por especie (o agrupación de especies) fue ajustado por Vidal (2003) y Steuer (2008), en el primero relacionando variables dimensionales de roble con la intensidad de daño de insectos defoliadores y en el segundo evaluando raleos en parcelas permanentes de renovales de raulí-roble en Jauja. En el primer estudio se usó un modelo lineal simple para estimar la altura de roble, aunque el objetivo de dicho estudio no persigue caracterizar al bosque propiamente tal. En el segundo estudio se ajustó el modelo propuesto por Mitscherlich, para estimar alturas de raulí-roble.

Asimismo, se han realizado estudios en plantaciones de *Nothofagus*. Estos estudios también comparan una serie de modelos distintos: seis en plantaciones de coigüe (Maureira, 1995), 21 más en una plantación de raulí (Hernández, 1996) y siete más comparando una plantación de roble-raulí con una de roble-raulí-*Eucryphia cordifolia* (ulmo) (Barría, 1996).

Los estudios típicos de modelos de altura (ET) tienen una serie de problemas. Por ejemplo, no ocupan un tamaño muestral importante, se prueban pocos modelos o incluso en algunos se opta por seleccionar un único modelo, los modelos son ajustados para áreas geográficas o edades de rodal muy limitadas y muchas veces los evalúan sólo mediante inferencia estadística. Debido a estas razones, estos estudios no son considerados como estudios de modelación de altura (EM). Dentro estos estudios se encuentran diversas tesis de Ingeniería Forestal, entre ellas algunas desarrolladas en bosques naturales y otras en plantaciones.

2.2.2.2 Estudios de modelación de altura

En la sección anterior se revisaron diversos estudios típicos de modelos de altura, sin embargo, existen otros estudios que se centran en la modelación de la altura. Estos estudios ocupan extensas bases de datos con variedad de densidades de bosques, alturas, composición de especies, estructuras de rodal, edades y condiciones de sitio; comparando variados modelos que a su vez incluyen diferentes variables explicativas y probando también diversas estrategias de modelación y métodos de selección de estos mismos. La mayoría de los estudios de modelación de altura han

sido desarrollados en plantaciones y de los pocos que se han desarrollado en bosques naturales, no han sido en Chile. Estos estudios se pueden segregar en base a los tipos de modelos empleados.

a) Tradicionales:

Una serie de modelos tradicionales han sido estudiados en la modelación de altura, tanto en plantaciones como en bosques naturales. En estos últimos existen diversas comparaciones de modelos tradicionales no lineales desarrolladas en Canadá y Estados Unidos (USA). Huang *et al.* (1992) compararon 20 modelos de este tipo para 16 de las principales especies (en nueve grupos) de Alberta (Canadá), usando 13.489 datos provenientes de árboles talados de inventarios de las últimas dos décadas, obteniéndose (para cuatro modelos) curvas de formas biológicamente razonables, que previenen las predicciones de altura irreales en los casos de extrapolación de funciones fuera del rango de los datos originales. Si bien es destacable la gran cantidad de modelos probados en este estudio, sólo se centra en evaluar la bondad de ajuste y la forma de la curva, análisis avanzado para la época que permite detectar predicciones anormales.

Los estudios de modelación que emplean pocos modelos son generalmente aquellos que involucran un gran número de especies. En el noroeste interior de USA, Moore *et al.* (1996) compararon dos modelos para cada una de las 10 especies principales, obteniendo un error (RMSE) entre 15,27 y 24,54% (4,33 y 3,23 m respectivamente), valores correspondientes a dos especies distintas. Zhang (1997) hizo lo propio con seis modelos para cada una de las 10 principales especies de coníferas, logrando RMSE entre 15,37 y 22,90% en el ajuste. Además, en Ontario (Canadá), Peng *et al.* (2001a) compararon seis modelos para cada una de las nueve especies más importantes de sus bosques boreales, indicando solamente una diferencia agregada (DA) entre 0,00 y 0,04 %. Si bien los modelos evaluados fueron pocos, sobre todo en el primer estudio, los tres efectuaron un proceso de validación, no considerado en los estudios anteriores.

Por otro lado, hay estudios que continúan utilizando un solo modelo. Este es el caso de Colbert *et al.* (2002), que usó un sólo modelo para ajustarlo a datos de *h-d* de 13 especies de árboles

ribereños de bosques de tierras bajas a lo largo de los ríos Mississippi, Missouri, Illinois y Des Moines (EE.UU). Para los análisis se agruparon miembros de los géneros *Celtis*, *Fraxinus* y *Morus* debido a la similitud de especies y al pequeño número de observaciones en algunas especies, obteniéndose 10 grupos de especies. Además, este estudio no considera validación, calculando sólo el error residual estándar (*SE*), que varió entre 17,17 y 36,83% para las distintas especies.

También existen EM con modelos tradicionales en Sudamérica. En Argentina, Juárez *et al.* (2006) compararon 13 modelos para *Ziziphus mistol* Griseb (quebracho blanco), obteniendo RMSE entre 10,32 y 13,63% para los distintos modelos. Pece *et al.* (2006) compararon 13 modelos para *Schinopsis quebracho-colorado* (quebracho colorado santiagueño), alcanzando un *SE* entre 1,69 y 1,93 m, que no pudo expresarse en porcentaje debido a la ausencia de estadística descriptiva para la altura muestral. Juárez *et al.* (2007) compararon 12 modelos para *Prosopis nigra* (algarrobo negro) (Griseb) Hieron, obteniendo RMSE entre 15,48 y 16,37% para los distintos modelos. Las especies analizadas en estos estudios son tres de las principales especies nativas del Parque Chaqueño Semiárido. En los tres se evaluó la bondad de ajuste, pero sólo en el segundo de éstos se realizó validación.,

En Chile también existe experiencia de modelos tradicionales usados en modelación de altura, pero sólo en plantaciones. En un estudio pionero, García (1974) comparó 38 modelos tradicionales de altura individual, la mayoría lineales, en parcelas experimentales de raleo de *Pinus radiata* D. Don. (pino insigne). Es destacable la gran cantidad de modelos probados, aunque sólo se evaluó la bondad de ajuste y la forma de la curva, lo cual era avanzado en aquellos tiempos. El *SE* global osciló entre 7,75 y 10,73% entre los distintos modelos.

Entre los métodos usados para la estimación de los parámetros destacan, la regresión paso a paso (García, 1974); regresión no lineal ponderada con mínimos cuadrados (Huang *et al.*, 1992); mínimos cuadrados ordinarios no lineales (Moore *et al.*, 1996; Zhang *et al.*, 1997; Peng *et al.*, 2001a), regresión no lineal (Colbert *et al.*, 2002); y mínimos cuadrados ordinarios (Pecce *et al.*, 2006). El método de mínimos cuadrados ordinarios, es el método de estimación de parámetros más común, utilizándose tanto para regresión lineal como no lineal. La regresión no lineal

ponderada con mínimos cuadrados puede incrementar marginalmente el ajuste del modelo, pero no puede incrementar sustancialmente el desempeño del mismo (Cormier *et al.*, 1992; citados por Zhang *et al.*, 1997), es decir, sus capacidades predictivas.

b) Categóricos:

En Ontario, Peng *et al.* (2001b) evaluaron las relaciones *h-d* de dos especies en tres escalas biogeográficas, siendo estas empleadas como variables categóricas o *dummy*. Se usó el modelo de crecimiento de Chapman-Richards para modelar las relaciones de altura-diámetro de *Pinus banksiana* Lamb. (pino de Banks) y *Picea mariana* (Mill.) (abeto negro), para cada especie por separado a nivel provincial (todos los datos), regional (datos divididos en dos zonas) y ecoregional (datos divididos en siete zonas). El RMSE obtenido fluctuó entre 29,90 y 49,40% en la provincia, entre 23,09 y 49,61% en las dos regiones y entre 22,22 y 51,28% en las siete ecoregiones, logrando reducir el error en una de las regiones y en cinco de siete ecoregiones para ambas especies.

A partir del estudio de Peng *et al.* (2001b), se realizaron dos nuevos estudios para evaluar otros aspectos en las estimaciones, uno de éstos evaluando sólo al pino de Banks (Zhang *et al.*, 2002) y otra sólo considerando al abeto negro (Peng *et al.*, 2004). En ambos se evaluó el efecto de aplicar el modelo provincial sobre las ecoregiones, cada modelo regional sobre las ecoregiones y cada modelo ecoregional sobre las ecoregiones. En Zhang *et al.* (2002) se obtuvo una *SE* entre 14,96 y 19,22% en la evaluación del modelo provincial sobre las ecoregiones, entre 14,88 y 19,22% para uno de los modelos regionales y entre 15,03 y 19,94% para el otro, en tanto a los modelos ecoregionales el *SE* fluctuó entre 14,16 y 20,88%. En Peng *et al.* (2004) se obtuvo un *SE* entre 10,46 y 13,43% en la evaluación del modelo provincial sobre las ecoregiones, entre 10,49 y 13,42% para uno de los modelos regionales y entre 10,43 y 13,69% para el otro, en tanto a los modelos ecoregionales el *SE* varió entre 10,41 y 14,04%. Además, Brooks y Wiant (2005) realizaron otra evaluación de modelos ecoregionales de altura-diámetro para cinco especies de interés económico en Virginia oriental (Estados Unidos), utilizando siempre el modelo de crecimiento de Chapman-Richards, donde para las cinco ecoregiones analizadas en este estudio, se obtuvo un *SE* entre 3,25 y 4,11 m. Los resultados obtenidos en estos estudios indicaron que

existen diferencias significativas en la relación $h-d$ en al menos la mitad de las ecoregiones identificadas, lo cuál indica que el segregar las distintas condiciones de sitio empleando variables *dummy* permite disminuir el error en las estimaciones de altura. Sin embargo, ninguno de estos estudios ecoregionales de modelación de altura consideró procesos de validación.

c) Generalizados:

En comparación a los modelos tradicionales, existen pocos estudios que evalúan modelos generalizados. Dentro de los primeros modelos generalizados empleados para estimar altura, están los desarrollados por Curtis (1970); citado por Prodan *et al.* (1997), quien incluyó la variable edad del rodal en años (E). También se empleó un modelo de altura similar en un modelo de crecimiento desarrollado por Clutter y Allison (1974); citados por Prodan *et al.* (1997), quienes además de E , incluyeron el número de árboles por hectárea (N).

En la última década, se han desarrollado una serie de estudios que realizan comparaciones de modelos generalizados en España. La mayoría de ellos se han enfocado en plantaciones (e.g., Diéguez *et al.*, 2005; López *et al.*, 2001, López *et al.*, 2003, Canga *et al.*, 2007; Tewari, 2007), pero también hay experiencias en bosques naturales. En estos últimos, Schröder y Álvarez (2001) compararon cuatro modelos generalizados para rodales puros de *Pinus pinaster* (pino marítimo) en Galicia. En este estudio, empleando 621 datos de árboles, se ajustaron en primera instancia dos modelos generalizados. Luego, en un segundo paso, se modificó uno de ellos, obteniendo los dos modelos restantes. Las variables incluidas fueron: H_{dom} (altura dominante), DMC (diámetro medio cuadrático) y G (área basal por hectárea). De acuerdo a la validación, para la cual se usaron 3.393 datos, todos los modelos empleados proveen predicciones de altura confiables, no habiendo ninguno que sea claramente superior para el criterio considerado. Los RMSE obtenidos variaron entre 1,42 y 1,49 m, no pudiendo expresarlos en porcentaje debido a la falta de estadística descriptiva para la altura observada.

También en Galicia, Barrio *et al.* (2004) compararon 10 modelos generalizados en bosques naturales de *Quercus robur* L. (roble europeo), obteniendo RMSE entre 4,35 y 5,16 m en el ajuste y entre 4,66 y 5,17 m en la validación cruzada; Diéguez *et al.* (2005) ajustaron nueve

modelos en plantaciones de *Pinus sylvestris* L. (pino silvestre) con RMSE entre 11,28 y 14,19% (1,32 y 1,66 m) en el ajuste y entre 11,28 y 14,27% (1,32 y 1,67 m) en la validación cruzada; López *et al.* (2001) ajustaron nueve modelos en pino insignie con RMSE entre 19,51 y 50,00% (3,36 y 8,61 m) en el ajuste; y López *et al.* (2003) ajustaron otros 26 modelos también para esta última especie, logrando RMSE entre 18,22 y 59,51% (3,15 y 10,29 m) en el ajuste y entre 18,22 y 59,63% (3,15 y 10,31) en la validación cruzada. Del mismo modo, Canga *et al.* (2007) compararon ocho modelos en plantaciones de pino insignie ubicadas en Asturias (norte de España), obteniendo RMSE entre 12,91 y 13,65% (2,28 y 2,41 m) en el ajuste. Por otra parte, Tewari (2007) compararon cuatro modelos generalizados en plantaciones de *Tecomella undulata* (Sm.) Seem en la región árida caliente de India con RMSE entre 0,33 y 0,40 m en el ajuste y entre 0,41 y 0,48 m en la validación, no pudiendo expresarlos en porcentaje debido a la falta de estadística descriptiva para la altura observada.

En renovales de roble-raulí-coigüe de Chile, Moreno y Gezan (2000) evaluaron 11 modelos generalizados para renovales de roble-raulí-coigüe. Para ellos utilizaron en total 2.804 observaciones, dividiendo los grupos de ajuste (roble, raulí, coigüe) en cuatro zonas, no así el grupo “otras” que se evaluó en toda la muestra. Los modelos más precisos y exactos de este estudio fueron aquellos que incorporaban H_{dom} y DMC , logrando RMSE entre 14,02 y 20,34% (1,68 y 3,51 m) y DA entre 0,00 y 1,46% (0,00 y 0,29 m). Adicionalmente, los dos mejores modelos sin altura dominante obtuvieron un RMSE entre 17,70 y 31,32% (2,42 y 4,36 m) y DA entre 1,45 y 6,55% (0,20 y 1,30 m), empleando como covariables adicionales al diámetro N y G . Como parte de las conclusiones de este estudio se señala que los mejores modelos sin H_{dom} permiten estimar la altura de parcelas que no cuentan con ninguna medición de altura, y se desconoce la altura dominante o índice de sitio. Además, señalan que se requiere realizar validación independiente de los modelos evaluados y también considerar otras variables de estado de rodal, como elementos de competencia del rodal o de las especies, como podrían ser G y N por especie (actividades no realizadas). Si bien es cierto, el estudio de Moreno y Gezan (2000) es pionero en bosques naturales chilenos, no fue publicado, dejándolo así prácticamente en el anonimato.

Casi todos estos estudios que compararon modelos generalizados de $h-d$, llevaron a cabo procesos de validación y la gran mayoría sólo evaluó una especie. En cuanto a las variables más exitosas, éstas son aquellas que más veces se repiten en los modelos seleccionados de los distintos estudios revisados (cuadro 1).

Cuadro 1. Variables de estado de rodal más exitosas de los estudios de modelos generalizados, en frecuencia descendente de izquierda a derecha. El símbolo \checkmark indica los estudios en que las variables estuvieron dentro de los modelos seleccionados. El total indica la cantidad de estudios en que la variable estuvo presente en los modelos seleccionados.

Estudios	Variables					
	H_{dom}	E	D_{dom}	N	DMC	H_{med}
Curtis (1970); cit. Prodan <i>et al.</i> (1997)		\checkmark				
Clutter y Allison (1974); cit. Prodan <i>et al.</i> (1997)		\checkmark		\checkmark		
López <i>et al.</i> (2001)	\checkmark		\checkmark			
López <i>et al.</i> (2003)	\checkmark	\checkmark	\checkmark	\checkmark		
Barrio <i>et al.</i> (2004)					\checkmark	\checkmark
Diéguez <i>et al.</i> (2005)	\checkmark		\checkmark			
Canga <i>et al.</i> (2007)	\checkmark	\checkmark	\checkmark	\checkmark		
Tewari (2007)	\checkmark					
Moreno y Gezan (2000)	\checkmark				\checkmark	
Total	6	4	3	3	2	1

Donde H_{dom} (altura dominante), E (edad de plantación), D_{dom} (diámetro dominante), N (número de árboles por hectárea), DMC (diámetro medio cuadrático) y H_{med} (altura media).

Para comprobar que este tipo de variables son convenientes de usar para modelar altura, se han desarrollado otros estudios que comparan modelos tradicionales con generalizados. Algunas de las pruebas realizadas consisten en comparar la bondad de ajuste y las capacidades predictivas. De esta forma es posible evaluar el real efecto de estas variables sobre las estimaciones de altura.

d) Tradicionales vs. generalizados:

Existen pocos estudios que comparan modelos tradicionales con modelos generalizados. La mayoría de éstos, se han realizado en el hemisferio norte, sobre todo en el continente norteamericano. Una de las primeras comparaciones de estos tipos de modelos fue realizada en Larsen y Hann (1987) para 17 especies del suroeste de Oregón (USA), evaluándose tres modelos tradicionales contra dos generalizados. En otro estudio, Wang y Hann (1988) compararon un modelo tradicional con otro generalizado, para 16 especies del centro-oeste de Oregón. Así mismo, Hanus *et al.* (1999) compararon modelos tradicionales con uno generalizado para seis especies encontradas en la región costera del pacífico noroeste. Los principales resultados obtenidos por estos estudios fueron: un RMSE entre 0,97y 9,93 m para el modelo tradicional seleccionado y entre 0,93 y 6,89 m para el mejor modelo generalizado (Larsen y Hann, 1987); entre 1,10 y 6,99 m para el modelo tradicional y entre 1,60 y 6,36 m para el modelo generalizado (Wang y Hann, 1988); y entre 5,01 y 18,33 m para el modelo tradicional y entre 0,93 y 2,22 m para el modelo generalizado (Hanus *et al.*, 1999).

En el centro-sur de Estados Unidos, Kershaw *et al.* (2008) construyeron un modelo generalizado al modificar el modelo de Chapman-Richards, agregándole una variable sustituta para edad de rodal y calidad de sitio, y utilizando datos de *h-d* de árboles dominantes de 11 especies, obteniendo RMSD entre 0,24 y 6,43 m evaluado en la validación, que no fue posible presentar en porcentaje. En tanto, en la Llanura Costera del Golfo, Leduc y Goelz (2009) compararon 41 modelos tradicionales de altura diámetro para plantaciones de *Pinus palustris* Mill (pino de hoja larga), modificados con una constante que los obliga a entregar estimaciones mínimas de 1,3 metros. Después de ser ajustados de manera convencional con datos de *h-d*, se modificaron estas

variables dejándolas como diámetro relativo y altura relativa. El diámetro relativo fue obtenido restando 1,27 cm al d y dividiendo el resultado por el DMC de la parcela. De forma similar, se le sustrajo 1,37 m a h y el resultado fue dividido por H_{dom} . Este estudio obtuvo RMSE entre 6,66 y 6,72% (1,27 y 1,28 m) en validación cruzada.

En Canadá existen varios estudios tanto en bosques naturales como en plantaciones. En la costa occidental de British Columbia (BC), Staudhammer y LeMay (2000) compararon cuatro modelos tradicionales para cuatro especies, siendo los mejores de ellos usados como base para construir modelos generalizados y así evaluar el efecto de las variables de estado de rodal sobre las predicciones de altura, obteniendo un RMSE entre 16,92 y 32,20% (2,08 y 3,96 m) para todos los modelos en el ajuste. También en BC, en rodales complejos de ocho de las especies más importantes del interior, Temesgen y von Gadow (2004) compararon 10 modelos, cinco tradicionales y cinco generalizados, logrando un RMSE entre 4,11 y 20,80% (0,62 y 2,35 m) para el mejor modelo. En New Brunswick, Lei *et al.* (2009) compararon 46 modelos de $h-d$ para plantaciones jóvenes de Abeto negro y pino de Banks. Los modelos fueron separados en dos grupos, 29 tradicionales y 17 generalizados, obteniendo para los modelos tradicionales un RMSE entre 2,46 y 6,06% (0,09 y 0,27 m) en el ajuste y entre 2,55 y 81,69% (0,09 y 3,74 m) en la validación, en tanto para los modelos generalizados se obtuvo un RMSE entre 2,04 y 4,81% (0,07 y 0,22 m) en el ajuste y entre 1,97 y 4,60% (0,07 y 0,21 m) en la validación. En otro importante estudio, Huang *et al.* (2009), realizaron una detallada evaluación de varios modelos tradicionales, de la cual seleccionaron el modelo de Chapman-Richards para construir modelos generalizados en *Populus tremuloides* Michx. (álamo temblón) de bosques boreales mixtos de Alberta, obteniendo para el mejor modelo tradicional un RMSE entre 6,37 y 17,90% (1,91 y 5,38 m), en tanto el mejor generalizado se obtuvo un RMSE entre 6,68 y 8,41 (2,01 y 2,53 m).

Si bien la gran mayoría de los estudios que comparan modelos tradicionales con generalizados se han llevado a cabo en Norteamérica también existen excepciones. En Turquía, Misir (2010) comparó 11 modelos para *Populus tremula* L. (álamo temblón), cinco tradicionales y seis generalizados, obteniendo en la validación independiente un RMSE entre 17,16 y 20,88% (1,51 y 1,84 m) para los modelos tradicionales, en tanto para los generalizados se obtuvo un RMSE entre 13,93 y 16,59% (1,23 y 1,46 m). Otro estudio realizado fuera de Norteamérica es el de Arias

(2004) en plantaciones forestales en la zona sur de Costa Rica, en el cual se compararon 29 modelos de *h-d*, 26 tradicionales y tres generalizados para seis especies maderables, obteniendo un RMSE entre 6,70 y 7,16 m para los modelos tradicionales, y entre 0,40 y 1,93 m para el mejor generalizado. Así también, en plantaciones de *Eucalyptus globulus* Labill. (eucalipto) de la costa norte y central de Portugal, se compararon ocho modelos tradicionales con seis modelos generalizados a distintas edades (Soares y Tomé, 2002), obteniendo para los mejores modelos generalizados construidos un RMSE entre 7,24 y 11,12% (0,84 y 1,29 m) en el ajuste. En cuanto a Chile, sólo se han realizado estudios en rodales de pino insigne de diferentes clases de edad y de manejo. Uno de ellos fue Cox (1992), quien comparó 26 modelos estimadores de altura, entre tradicionales (lineales y no lineales) y generalizados, obteniendo para los tradicionales un RMSE entre 6,3 y 10,5% en el ajuste y entre 4,0 y 43,2% en la validación; en tanto los generalizados obtuvieron un RMSE entre 2,6 y 7,1% en el ajuste y entre 1,6 y 15,3% en la validación. Luego, Cox (1994); citado por Prodan *et al.* (1997), en otro estudio realizado en base a 368 inventarios practicados en rodales de pino insigne (con moderadas variaciones en su edad y estado de manejo), comparó modelos tradicionales con varios modelos generalizados. También en rodales adultos de pino insigne, Trincado y Leal (2006), compararon 10 modelos tradicionales contra nueve generalizados, y aunque no es posible referirse a valores concretos de RMSD (ya que no se encuentran disponibles), se puede observar en un gráfico que los mejores modelos generalizados lograron un RMSE al menos 1% menor que los mejores tradicionales (aproximadamente 26 cm de diferencia).

La mayoría de estos estudios, que compararon modelos tradicionales de *h-d* con generalizados, se realizaron en bosques naturales (Larsen y Hann 1987; Wang y Hann 1988; Hanus *et al.* 1999; Staudhammer y LeMay 2000; Temesgen y von Gadow 2004; Kershaw *et al.* 2008; Lei *et al.* 2009 y Misir 2010), por ello se evaluó más de una especie (entre dos y 17), a excepción del último estudio, en el cual sólo se analizó una especie. En cambio en plantaciones siempre se analizó sólo una especie [Cox (1992); Cox (1994); citado por Prodan *et al.* (1997); Trincado y Leal (2006) y Leduc y Goelz (2009)], salvo en el caso de Arias (2004) que analizó cuatro. Eso sí, en la gran mayoría de los estudios se compararon varios modelos (hasta 46), aunque fueron pocos los que

llevaron a cabo procesos de validación. En cuanto a las variables más exitosas, éstas son aquellas que más veces se repiten en los modelos seleccionados. Por orden descendente, éstas son:

Cuadro 2. Variables de estado de rodal más exitosas de los estudios que comparan modelos tradicionales con modelos generalizados, en frecuencia descendente de izquierda a derecha. Los vistos buenos indican los estudios en que las variables estuvieron dentro de los modelos seleccionados. El total indica la cantidad de estudios en que la variable estuvo presente en los modelos seleccionados. Los vistos buenos especifican cuáles fueron dichos estudios.

Estudios	Variables									
	H_{dom}	D_{dom}	DMC	H_{med}	d_{rel}	IS	E	$Dmax$	G	N
Larsen y Hann (1987)						√				
Wang y Hann (1988)						√				
Cox (1992)			√	√						
Hanus <i>et al.</i> (1999)	√	√								
Staudhammer y LeMay (2000)					√					
Soares y Tomé (2002)	√		√				√	√		√
Arias (2004)	√	√								
Temesgen y von Gadow (2004)									√	√
Trincado y Leal (2006)	√	√								
Kershaw <i>et al.</i> (2008)	√									
Huang <i>et al.</i> (2009)	√									
Lei <i>et al.</i> (2009)			√	√						
Leduc y Goelz (2009)					√					
Misir (2010)	√	√								
Total	7	4	3	2	2	2	1	1	1	1

Donde d_{rel} (diámetro relativo definido como el d dividido por D_{max} para todas las especies), IS (índice de sitio), D_{max} (diámetro máximo) y G (área basal por hectárea).

3. MATERIAL Y MÉTODO

3.1 Material

3.1.1 Área de estudio

El área de estudio (figura 1) comprende renovales de roble-raulí-coigüe (roraco) entre las regiones del Bío Bío, La Araucanía, Los Ríos y Los Lagos, donde se concentra el 71,8 % de este tipo de bosques. Esta área abarca 8.734.050 ha (INE, 2008) de las cuales 1.048.555,7 ha son renovales de roraco (Quiroz *et al.*, 2011; CONAF *et al.*, 1999). El clima varía latitudinalmente, de templado cálido con una estación seca corta (menos de 4 meses), a templado lluvioso con influencia mediterránea y hasta templado frío de costa occidental con máximo invernal de lluvias (METEOCHILE, 2011²).

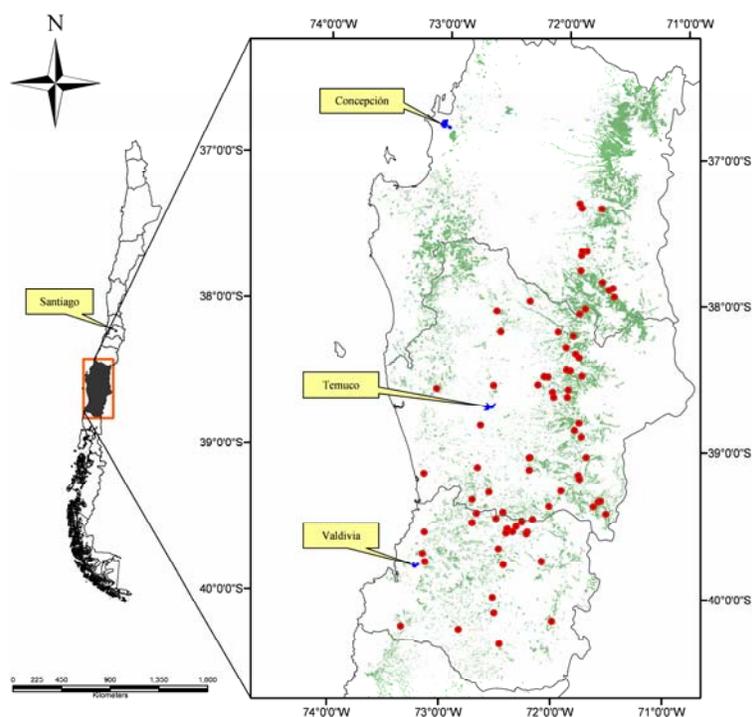


Figura 1. Distribución de parcelas (círculos) en renovales de roble-raulí-coigüe (verde) en el área de estudio.

² METEOCHILE, 2011. Disponible a julio 2011 en:
http://www.meteochile.gob.cl/climas/climas_octava_region.html,
http://www.meteochile.gob.cl/climas/climas_novena_region.html
http://www.meteochile.gob.cl/climas/climas_decima_region.html

3.1.2 Datos

Los datos corresponden a distintas mediciones (i.e., observaciones) de árboles, de sitio u otras, provenientes de 310 parcelas iniciales (entre permanentes y temporales) distribuidas desde la Región del Bío Bío a la Región de Los Lagos en renovales de roble-raulí-coigüe, teniendo superficies entre 125 y 500 m². El número total de árboles por parcela varía entre 10 y 235, así como el número de árboles con altura medida (i.e., árboles muestra) fluctúa entre 2 y 109. Estos datos provienen de diversas fuentes, pero fueron recopilados en el marco del proyecto FONDEF D9711065³.

Debido a restricciones importantes para cálculos posteriores en la presente tesis (explicadas en 3.1.2.1 b) y 3.2.1), la base final quedó constituida por 107 parcelas con superficie entre 125 y 500 m² que presentan entre 8 y 29 árboles muestra.

Cuadro 3. Cantidad árboles muestra (y parcelas) que cumplían con requerimientos mínimos para ser analizadas, segregadas por especie y región. El total de parcelas por región no corresponde a la suma de parcelas por especie cuando en una o más parcelas existe más de una especie.

Región	Parcelas	Roble	Raulí	Coigüe	Otras	Total
Bío-Bío	12	87 (11)	24 (5)	-	-	111 (12)
Araucanía	63	455 (44)	140 (26)	274 (21)	65 (16)	934 (63)
Los Ríos	29	278 (24)	-	87 (6)	75 (18)	440 (29)
Los Lagos	3	-	-	-	17 (3)	17 (3)
Total	107	820 (79)	164 (31)	361 (27)	157 (37)	1.502 (107)

³ “Software de Planificación de Actividades en Renovales de Roble, Raulí y Coigüe en la IX y X Región”, llevado a cabo por la Universidad Austral de Chile bajo la dirección de la profesora Alicia Ortega Zuñiga del Instituto de Manejo de la UACH.

Finalmente sólo se utilizó la base final de roble para los análisis de la presente tesis, ya que fue el único grupo de ajuste que mantuvo un número importante de árboles en las tres regiones con más datos (55% del total de árboles y 76% de las parcelas), cumpliendo con el interés clave del estudio de comparar diversas condiciones de sitio, densidad, estructura y composición. En cambio raulí y coigüe sólo poseían datos suficientes en dos regiones.

3.1.2.1 Procesamiento de datos

La depuración y procesamiento de datos se realizó mediante el software estadístico R 2.11.0 (R Development Core Team, 2010).

a) Imputación de variables topográficas

Debido a que no todas las parcelas contaban con información de elevación, pendiente y exposición y porque las que sí tenían dicha información (o parte de ella) no eran consistentes, se utilizó un DEM (*Digital Elevation Model*) a 90 metros para generar estas variables topográficas e imputarlas a la base de datos. Este DEM se obtuvo a partir de una imagen SRTM (Shuttle Radar Topography Mission)⁴. Sólo será incluida en los modelos aquella variable topográfica que obtenga el mejor ajuste a los datos en análisis preliminares.

b) Cálculo de variables de estado de rodal

Mediante la información de cada parcela de muestreo, se calcularon las siguientes variables de estado de rodal: N (número de árboles por hectárea), G (área basal por hectárea en metros cuadrados), DMC (diámetro medio cuadrático) y D_{med} (diámetro medio). Además, se calcularon los porcentajes de N , G y DMC por especie. Posteriormente, se calcularon otras variables de estado de rodal que requerían de mayor procesamiento: H_{med} (altura media en metros), D_{dom}

⁴ Disponible a julio 2011 en:
http://eros.usgs.gov/#/Find_Data/Products_and_Data_Available/Elevation_Products

(diámetro dominante) y H_{dom} (altura dominante), donde el D_{dom} corresponde al diámetro medio de los árboles dominantes y H_{dom} a la altura media de estos mismos individuos. Para estos efectos, se definió a los árboles dominantes como los 100 árboles de mayor diámetro por hectárea, lo cual se traduce a su equivalente a nivel de parcela, variando esta cantidad.

El D_{dom} fue más sencillo de obtener que la H_{med} y la H_{dom} , ya que la base de datos cuenta con los diámetros de todos los árboles, a diferencia de las alturas, que están representadas sólo por una determinada cantidad de árboles muestra en cada parcela y el cálculo de cualquier altura media demanda conocer las alturas de todos los árboles utilizados. La H_{med} se calcula promediando las alturas de todos los árboles de la parcela, para ello se tuvo que estimar la altura a los árboles que no contaban con medición de este atributo. Para realizar esta estimación, sólo se utilizaron parcelas que tuvieran menos de 30 alturas medidas (porque mayor cantidad es improbable que corresponda a alturas medidas) y como mínimo sobre ocho.

Esta estimación preliminar se llevó a cabo como un proceso auxiliar, dividiendo los árboles sin alturas en dos grupos. Un grupo se definió como aquellos árboles que tenían diámetro superior a ocho centímetros, estimándoseles la altura con el modelo base del estudio (3.1), ajustado con datos de $h-d$ provenientes de árboles de la muestra que superaban los ocho cm de diámetro. El otro grupo, de diámetros menores a ocho centímetros, obtuvo sus estimaciones de altura por medio de un modelo lineal simple ajustado con árboles de diámetros menores de ocho cm también provenientes de la misma muestra de $h-d$. Una vez que todos los árboles contaban con valores de altura, se acopló toda la información, calculándose finalmente H_{med} y H_{dom} .

3.2 Método

3.2.1 Unidades homogéneas de inventario

Para realizar comparaciones equitativas entre el modelo tradicional (modelo base) y los generalizados, no es posible ajustar ambos modelos con toda la muestra de ajuste, ya que el empleo de modelos tradicionales supone que la unidad de inventario es homogénea en densidad,

estructura y calidad del sitio (Cox, 1992). Por ello, se recomienda ajustar ecuaciones separadamente para las diferentes parcelas cuando las condiciones del rodal son variables (Clutter *et al.*, 1983; citados por Chacón, 2005).

En consecuencia, debido a que las parcelas utilizadas se encuentran distribuidas en una amplia zona geográfica y representan condiciones heterogéneas, se dividió la muestra de ajuste en unidades homogéneas de inventario (UHI), que consisten en una combinación de los pisos vegetacionales de Luebert y Pliscoff (2004) con cada Región administrativa (cuadro 2), como una forma de simular lo que sería un inventario. Este proceso se llevó a cabo mediante SIG, cruzando los datos de una cubierta de pisos vegetacionales disponible online⁵ con los puntos de la ubicación geográfica de las parcelas. Estas parcelas, agrupadas en UHI deberían tener características de sitio más similares entre si, ya que se encuentran en condiciones de sitio más homogéneas.

Cuadro 4. Número de parcelas de muestreo de acuerdo a pisos vegetacionales por región (UHI)⁶.

Región	Pisos vegetacionales					Total
	RoLi	RoLa	RaTre	RaCo	CoUl	
Bío Bío	5	-	7	-	-	12
Araucanía	5	18	30	10	-	63
Los Ríos	-	19	3	-	7	29
Los Lagos	-	3	-	-	-	3
Total	10	40	40	10	7	107

La combinación de los pisos y regiones presentes en el cuadro 4, forman las UHI que fueron ocupadas en el análisis con el modelo tradicional y con el modelo categórico de dosel. De todas

⁵ Archivo llamado “cubierta_7238956.zip” de 33.9 MB. Disponible a junio 2011 en: http://territorial.sinia.cl/ficha/ficha.php?accion=descarga&o_id=2097

⁶ Donde RoLi=Bosque caducifolio templado de *Nothofagus obliqua* y *Persea lingue*, RoLa=Bosque caducifolio templado de *Nothofagus obliqua* y *Laurelia sempervirens*, RaTre=Bosque caducifolio templado andino de *Nothofagus alpina* y *Dasyphyllum diacanthoides*, RaCo=Bosque caducifolio templado andino de *Nothofagus alpina* y *Nothofagus dombeyi* y CoUl=Bosque laurifolio templado interior de *Nothofagus dombeyi* y *Eucryphia cordifolia*.

las combinaciones posibles (20), sólo 12 UHI resultantes contaron con parcelas, estas UHI fueron: RoLi8, RoLi9, RoLa9, RoLa10, RoLa14, RaTre8, RaTre9, RaTre14, RaCo9 y CoU114.

3.2.2 Ajuste y comparación de modelos

3.2.2.1 Etapa 1: Comparación de modelo tradicional, categóricos y generalizados

a) Ajuste de modelos

A continuación se detallan los modelos ajustados en la presente tesis, segregados por tipo. Todos los modelos fueron ajustados por el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS, por la sigla en inglés de Ordinary Least Squares), usando para ello el 60% de las parcelas de la base de datos, dejando el resto para efectuar predicciones sobre datos independientes del ajuste. Esta técnica de división de datos (data splitting) fue usada para evitar que los mismos datos fueran usados tanto para estimar los parámetros de los modelos y para seleccionar los modelos, ya que existe el peligro de que las predicciones hechas por el modelo sean más optimistas de lo que debieran ser (Faraway, 1998). La selección fue realizada a nivel de parcela, ya que como indican Soares y Tomé (2002), esto permitiría garantizar que todos los árboles de una determinada parcela estuvieran en la misma subselección de datos, tratando de incrementar la “independencia” entre los datos subseleccionados.

Después de una comparación preliminar de 45 modelos tradicionales (Anexo 1 y Anexo 2), se seleccionó como modelo base al primer modelo del cuadro 5, identificado como 3.1. Este modelo es simple, lineal, y presenta un comportamiento asintótico, que es una ventaja en modelos de altura-diámetro, porque esta propiedad impide que se obtengan estimaciones de altura exageradas a medida que aumenta el diámetro⁷. Este modelo fue ajustado con toda la muestra de ajuste (modelo global) y también para cada UHI por separado (modelo local), para realizar

⁷ Comunicación personal con Christian Salas Eljatib, profesor de biometría del Departamento de Ciencias Forestales de la Universidad de La Frontera.

comparaciones equitativas con los demás modelos y comparar el efecto del ajuste general con el ajuste diferenciado a nivel local.

Usando como base el modelo 3.1 se construyeron modelos que incorporan variables categóricas a nivel de árbol (3.2) y de sitio (3.3). El primero de ellos fue ajustado en cada UHI por separado (local) y también con toda la muestra de ajuste (global), por lo mismo explicado para el modelo tradicional, en cambio el segundo sólo se ajustó con todos los datos de la muestra de ajuste (global). Así mismo, se construyeron modelos que incorporan variables de estado de rodal, los que también fueron ajustados de manera global.

Cuadro 5. Listado de modelos ajustados.

Nº	Modelo	Tipo de modelo	Subtipo de modelo
3.1	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \varepsilon_{ij}$	Tradicional	-
3.2	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \beta_2 DOSEL_{ij} + \varepsilon_{ij}$	Categorico	Competencia
3.3	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \beta_2 ASPECT_j + \varepsilon_{ij}$	Categorico	Sitio
3.4	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \beta_2 N_j + \varepsilon_{ij}$	Generalizado	Densidad
3.5	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \beta_2 G_j + \varepsilon_{ij}$	Generalizado	Densidad
3.6	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \beta_2 DMC_j + \varepsilon_{ij}$	Generalizado	Densidad
3.7	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \beta_2 \frac{d_{ij}}{DMC_j} + \varepsilon_{ij}$	Generalizado	Competencia

Nº	Modelo	Tipo de modelo	Subtipo de modelo
3.8	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \beta_2 \frac{d_{ij}}{D_{dom_j}} + \varepsilon_{ij}$	Generalizado	Competencia
3.9	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \beta_2 N_{sp_j} + \varepsilon_{ij}$	Generalizado	Composición
3.10	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \beta_2 G_{sp_j} + \varepsilon_{ij}$	Generalizado	Composición
3.11	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \beta_2 DMC_{sp_j} + \varepsilon_{ij}$	Generalizado	Composición
3.12	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \beta_2 \frac{d_{ij}}{DMC_{sp_j}} + \varepsilon_{ij}$	Generalizado	Composición
3.13	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \beta_2 H_{dom_j} + \varepsilon_{ij}$	Generalizado	Sitio
3.14	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \beta_2 \frac{H_{dom_j}}{D_{dom_j}} + \varepsilon_{ij}$	Generalizado	Sitio

donde:

h_{ij} = valor observado para la altura del i -ésimo árbol en la j -ésima parcela;

d_{ij} = valor observado para el diámetro del i -ésimo árbol en la j -ésima parcela;

$DOSEL_{ij}$ = clase de copa del i -ésimo árbol en la j -ésima parcela (dominante, codominante, intermedio, suprimido);

$ASPECT_j$ = clase de exposición de la j -ésima parcela (norte, noreste, este, sureste, sur, suroeste, oeste, noroeste, plano);

N_j = número de árboles por hectárea de la j -ésima parcela;

G_j = área basal (m^2/ha) de la j -ésima parcela;

DMC_j = diámetro medio cuadrático de la j -ésima parcela;

D_{dom_j} = diámetro dominante de la j -ésima parcela;

d_{ij}/DMC_j = primer índice de competencia independiente de la distancia del i -ésimo árbol en la j -ésima parcela;

d_{ij}/D_{dom_j} = segundo índice de competencia independiente de la distancia del i -ésimo árbol en la j -ésima parcela;

$N_{sp_{ij}}$ = porcentaje del número de árboles por hectárea por especie de la j -ésima parcela;

$G_{sp_{ij}}$ = porcentaje del área basal (m^2/ha) por especie de la j -ésima parcela;

$DMC_{sp_{ij}}$ = porcentaje del diámetro medio cuadrático por especie de la j -ésima parcela;

d_{ij}/DMC_{sp_j} = índice de competencia independiente de la distancia (por especie) del i -ésimo árbol en la j -ésima parcela;

H_{dom_j} = altura dominante de la j -ésima parcela;

H_{dom_j}/D_{dom_j} = “índice de sitio” de la j -ésima parcela;

$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = parámetros del modelo;

ε_{ij} = i -ésimo residual del i -ésimo árbol en la j -ésima parcela,

donde $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$

b) Comparación de modelos en muestra de ajuste

La selección de los modelos se basó en el cálculo de los siguientes estadísticos de precisión y exactitud:

-Raíz de la Diferencia Cuadrática Media (RMSD, por las siglas en inglés de Root Mean Square Difference)

$$RMSD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (h_{ij} - \hat{h}_{ij})^2}{n}}, \quad (3.22)$$

donde:

n = número de observaciones de la muestra;

h_{ij} = altura observada para el i -ésimo árbol en la j -ésima parcela;

\hat{h}_{ij} = altura estimada para el i -ésimo árbol en la j -ésima parcela.

Se prefirió usar el término RMSD en vez de RMSE (Root Mean Squared Error) por lo explicado en Salas *et al.* (2010).

-Diferencia agregada (DA):

$$DA = \frac{\sum_{i=1}^n (h_{ij} - \hat{h}_{ij})}{n}, \quad (3.23)$$

donde:

n = número de observaciones de la muestra;

h_{ij} = altura observada para el i -ésimo árbol en la j -ésima parcela;

\hat{h}_{ij} = altura estimada para el i -ésimo árbol en la j -ésima parcela.

La elección del mejor modelo se efectuó a través de la asignación de puntajes a cada uno de los estadísticos probados, siguiendo la metodología propuesta por Salas (2002) como se explica a continuación. El valor 1 fue asignado al modelo ajustado que presentó el menor valor de RMSD, hasta completar la asignación de puntajes con el total de modelos. En el caso de la DA, el mejor ranking (1) fue asignado al modelo que presentó el valor más cercano a cero. Posteriormente, se obtuvo la sumatoria de estos puntajes para cada modelo, donde los menores puntajes finales indican modelos más exactos y precisos.

En caso de existir modelos con el mismo puntaje se optó por la expresión matemática más sencilla, pero al ser de igual complejidad se evaluaron en clases de validación. Para ello, se calcularon la media y la desviación estándar del RMSD y DA en los rangos de validación por modelo, donde el mejor es el de menor media y menor dispersión en todos los rangos. Nuevamente se efectuó una asignación de puntajes a los valores de la media y desviación estándar de los estadísticos de validación, para obtener el mejor modelo. También se asignó puntaje a los estadísticos generales de cada modelo, es decir, los obtenidos antes de la evaluación por clases. Así se tuvo seis estadísticos a los que asignar puntaje por cada modelo.

Para aquellos modelos ajustados por UHI, se utilizó la media ponderada para comparar su RMSD y DA con los modelos ajustados usando todos los datos de ajuste en forma conjunta. En el caso de la DA la media ponderada corresponde a la media de los valores absolutos de las DA de cada UHI.

c) Selección de modelos por subcategoría:

Los modelos 3.1 a 3.14 fueron comparados como se indica en el punto 3.2.2.2. Para reducir la cantidad de modelos, se seleccionó el mejor modelo por categoría en base al puntaje obtenido, donde menor puntaje significó mayor precisión y exactitud. Cuando dos o más modelos tuvieron el mismo puntaje, se analizaron por clases de validación (clases de altura), realizándose una nueva puntuación que consideró seis estadísticos: media y desviación estándar de RMSD y DA, así como RMSD y DA general. Si el modelo fue ajustado por UHI (local), el análisis por clases de validación fue realizado por UHI y luego comparado con el modelo global. En definitiva, los modelos seleccionados pasan a la siguiente etapa, que consiste en una validación independiente con datos no empleados para estimar los parámetros (40% del total de observaciones).

3.2.2.2 Etapa 2: Validación independiente

Los modelos seleccionados de cada categoría fueron validados en una muestra independiente, empleando dos estrategias posibles:

a) *Modelos ajustados de forma local.* Estos modelos fueron nuevamente ajustados, pero esta vez en la muestra de validación y fueron validados también sobre la misma. Para ello, se dividió cada una de las UHI de la muestra de validación en 60% de los datos para el ajuste y 40% para validación independiente.

b) *Modelos ajustados de forma global.* Estos modelos fueron validados con toda la muestra de validación.

Para el caso a), se calculó la media ponderada de los estadísticos de precisión y exactitud para poder compararlos con los del caso b). A continuación se les asignó puntaje a los estadísticos y se ranearon los modelos, seleccionándose los dos mejores modelos para análisis posteriores. Adicionalmente se calcularon los estadísticos por UHI para el mejor modelo generalizado, el

tradicional seleccionado y el categórico seleccionado, para poder comparar sus capacidades predictivas en detalle.

3.2.2.3 Etapa 3: Ajuste y validación de modelos generalizados combinados

a) Ajuste de modelos

Finalmente, se ajustaron nuevos modelos generalizados, que fueron construidos a partir de las variables empleadas por el mejor modelo generalizado de cada subtipo o subcategoría, es decir, se seleccionaron las variables del mejor modelo de densidad, del mejor de competencia, del mejor de composición y del mejor de sitio. Dichas variables se emplearon de dos en dos en nuevos modelos para evaluar el efecto combinado. Asimismo se construyó un modelo que emplea todas las variables, llamándosele modelo “full”.

Cuadro 6. Listado de nuevos modelos generalizados (combinados).

Nº	Modelo	Subtipo de modelo
3.15	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \beta_2 DMC_j + \beta_3 \frac{d_{ij}}{DMC_j} + \varepsilon_{ij}$	Densidad y competencia
3.16	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \beta_2 DMC_j + \beta_3 \frac{d_{ij}}{DMC_{spj}} + \varepsilon_{ij}$	Densidad y composición
3.17	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \beta_2 DMC_j + \beta_3 H_{dom_j} + \varepsilon_{ij}$	Densidad y sitio
3.18	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \beta_2 \frac{d_{ij}}{DMC_j} + \beta_3 \frac{d_{ij}}{DMC_{spj}} + \varepsilon_i$	Competencia y composición
3.19	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \beta_2 \frac{d_{ij}}{DMC_j} + \beta_3 H_{dom_j} + \varepsilon_{ij}$	Competencia y sitio

3.20	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \beta_2 \frac{d_{ij}}{DMC_{spj}} + \beta_3 H_{dom_j} + \varepsilon_{ij}$	Composición y sitio
3.21	$h_{ij} = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_{ij}} + \beta_2 DMC_j + \beta_3 \frac{d_{ij}}{DMC_j} + \beta_4 \frac{d_{ij}}{DMC_{spj}} + \beta_5 H_{dom_j} + \varepsilon_{ij}$	Full

b) Validación de modelos

Estos modelos también fueron comparados como se indica en el punto 3.2.2.2. Primero se evaluaron sobre la misma muestra de ajuste, generándose un ranking y luego se validaron en la muestra independiente, generándose un nuevo ranking, ambos obtenidos en base a la puntuación de los estadísticos. Se construyó un ranking definitivo ponderando las posiciones obtenidas en los dos ranking previos y se seleccionaron los dos mejores modelos y junto a los otros dos modelos seleccionados anteriormente (etapa 2).

A los cuatro modelos seleccionados (dos de la etapa 2 y dos de la etapa 3) se les evaluaron sus capacidades predictivas por clases de validación en la muestra independiente y adicionalmente se calcularon los estadísticos por UHI.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Descripción de la muestra

Los datos usados en el ajuste son descritos en el cuadro 7 y los usados en la validación en el cuadro 8. Ambos cuadros se encuentran segregados por UHI.

Cuadro 7. Estadística descriptiva de datos de ajuste de roble por unidades homogéneas de inventario (UHI) y total. Las variables a nivel de árbol son altura (h) y diámetro (d) y las de parcela son número de árboles por hectárea (N), área basal por hectárea (G), diámetro medio cuadrático (DMC), diámetro dominante (D_{dom}) y altura dominante (H_{dom}). Donde n_a = número de árboles, n_p = número de parcelas.

UHI	Estadígrafos	Variables de árbol		Variables de parcela				
		h (m)	d (cm)	N (árboles/ha)	G (m ² /ha)	DMC (cm)	D_{dom} (cm)	H_{dom} (m)
RaTre9 ($n_a = 156$) ($n_p = 21$)	Mínimo	5,4	8,1	320,0	15,7	7,3	12,4	10,4
	Máximo	35,0	62,1	3720,0	123,1	33,3	66,9	36,7
	Media	20,1	24,0	1908,0	47,1	20,5	37,2	24,0
	CV (%)	34,1	48,9	55,0	40,1	41,2	34,4	27,0
RoLa9 ($n_a = 194$) ($n_p = 18$)	Mínimo	7,0	8,1	320,0	23,7	9,7	18,1	15,4
	Máximo	37,5	58,2	4300,0	62,6	31,3	43,8	33,0
	Media	22,2	23,7	1617,0	41,4	20,5	33,7	25,9
	CV (%)	26,5	37,8	67,0	27,8	27,7	20,0	17,3
RoLa14 ($n_a = 246$) ($n_p = 17$)	Mínimo	9,5	8,6	440,0	28,8	19,8	37,0	19,6
	Máximo	40,0	70,0	1820,0	99,9	41,5	67,1	41,5
	Media	24,9	31,6	895,0	53,2	28,4	45,4	28,6
	CV (%)	23,0	33,7	37,0	29,3	18,4	15,7	17,1
Todas ($n_a = 596$) ($n_p = 56$)	Mínimo	5,4	8,1	320,0	15,7	7,3	12,4	10,4
	Máximo	40,0	70,0	4300,0	123,1	41,5	67,1	41,5
	Media	22,5	26,4	1458,0	46,8	23,1	38,5	26,3
	Mediana	23,0	26,0	1060,0	43,9	23,4	38,2	27,3
	CV (%)	28,3	41,4	67,0	34,0	31,9	26,4	20,9

Cuadro 8. Estadística descriptiva de datos de validación de roble por UHI y total. Las variables a nivel de árbol son altura (h) y diámetro (d) y las de parcela son número de árboles por hectárea (N), área basal por hectárea (G), diámetro medio cuadrático (DMC), diámetro dominante (D_{dom}) y altura dominante (H_{dom}). Donde n_a = número de árboles, n_p = número de parcelas.

UHI	Estadígrafos	Variables de árbol		Variables de parcela				
		h (m)	d (cm)	N (árboles/ha)	G (m ² /ha)	DMC (cm)	D_{dom} (cm)	H_{dom} (m)
RoLi9 ($n_a = 53$) ($n_p = 5$)	Mínimo	6,3	8,1	860,0	14,1	10,4	21,1	13,7
	Máximo	33,5	68,4	2540,0	75,5	31,1	67,7	26,2
	Media	17,5	23,7	1730,0	39,5	17,6	36,3	19,1
	CV (%)	37,1	61,5	39,0	60,4	44,0	51,1	25,5
CoUl14 ($n_a = 84$) ($n_p = 7$)	Mínimo	10,8	8,2	580,0	16,3	8,5	16,9	17,3
	Máximo	34,0	50,6	4160,0	55,0	32,8	47,7	31,5
	Media	22,1	25,5	1675,0	40,4	20,4	35,6	25,1
	CV (%)	22,9	46,4	66,0	32,8	40,4	29,4	17,6
RaTre8 ($n_a = 49$) ($n_p = 7$)	Mínimo	5,6	8,1	2140,0	20,8	8,9	15,9	10,0
	Máximo	22,0	35,0	4080,0	36,5	14,7	32,8	19,6
	Media	12,8	15,4	3044,0	29,9	11,3	24,2	14,7
	CV (%)	27,2	36,2	21,0	21,3	15,9	27,1	24,9
RoLi8 ($n_a = 38$) ($n_p = 5$)	Mínimo	7,7	9,1	920,0	17,2	9,1	16,6	15,0
	Máximo	25,0	45,5	2640,0	41,2	23,9	37,4	23,7
	Media	16,8	22,3	1917,0	36,0	16,9	32,1	19,3
	CV (%)	25,0	42,0	40,0	21,3	32,5	21,7	12,0
Todas ($n_a = 224$) ($n_p = 23$)	Mínimo	5,6	8,1	580,0	14,1	8,5	15,9	10,0
	Máximo	34,0	68,4	4160,0	75,5	32,8	67,7	31,5
	Media	18,1	22,3	2028,0	37,2	17,2	32,7	20,4
	Mediana	17,5	18,2	2140,0	36,4	13,6	30,6	19,6
	CV (%)	33,9	52,6	51,0	41,1	43,8	38,8	27,9

La cantidad de datos usados en este estudio (820) es baja en comparación a los demás estudios revisados que comparan modelos tradicionales con generalizados (entre 729 y 91.895). La muestra de ajuste está conformada por tres UHI que tienen una cantidad de parcelas similar (entre

18 y 21), aunque la cantidad de datos de cada UHI es bastante disímil, encontrándose la mayor cantidad de datos en la UHI con menos parcelas y la menor cantidad de datos en la UHI con más parcelas. En relación al total de los datos de ajuste, RaTre9 corresponde al 26,2%, RoLa9 al 32,5% y RoLa14 al 41,3%. Por otro lado, la muestra de validación está conformada por cuatro UHI que también tienen una cantidad de parcelas similar (entre 5 y 7). En cuanto a la cantidad de datos en cada UHI, también una de ellas concentra gran parte del total, aunque en este caso se trata de una de las UHI con mayor cantidad de parcelas dentro de la muestra. En relación al total de los datos de validación, RoLi9 corresponde al 23,7%, CoU14 al 37,5%, RaTre8 al 21,9% y RoLi8 al 17,4%. Además, en el mismo contexto de tamaño muestral, se puede observar que las UHI de la muestra de validación son más pequeñas que las de la muestra de ajuste. La más grande de validación (CoU14) corresponde al 34,1% de la más grande de ajuste (RoLa14) y la más pequeña de validación (RoLi8) al 24,4% de la más pequeña de ajuste (RaTre9).

Respecto a las variables, si se comparan los estadígrafos de ambas muestras, se observa que la altura y el diámetro alcanzan un máximo y una media mayor en la muestra de ajuste, teniendo mayor variabilidad en la muestra de validación. Esto debiera ser favorable para las predicciones de los modelos analizados, ya que el rango de h y d en que se validarán, es inferior al del ajuste. Además, la correlación de los datos de h y d parece ser mayor en la muestra de ajuste (figura 2), lo que debiera permitir un buen ajuste de los modelos. Aunque, dada la mayor dispersión de los datos en la muestra de validación es probable que las predicciones no sean tan acertadas.

En cuanto a las variables de parcela, la muestra de ajuste tiene mayor media respecto a la muestra de validación en G , DMC , D_{dom} y $H_{dom.}$ sólo ocurriendo lo contrario con N . En relación a la variabilidad de estas variables, es mayor en todos los casos en la muestra de validación. Todo esto permite inferir que los renovales representados por la muestra de ajuste son más antiguos que los de la muestra de validación.

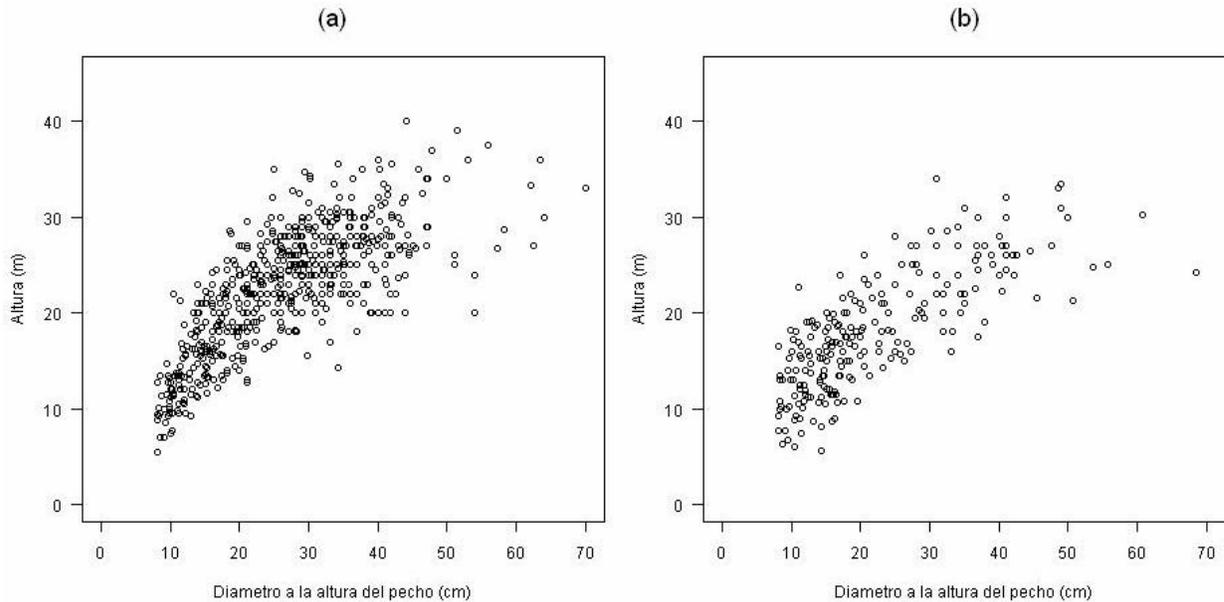


Figura 2. Dispersión $h-d$ de la muestra de ajuste (a) y validación (b).

4.2 Ajuste y comparación de modelos

Los parámetros estimados de los primeros modelos ajustados (3.1 a 3.15) se encuentran disponibles en el anexo 3. En tanto los parámetros de los modelos generalizados combinados se pueden revisar en el anexo 4.

4.2.1 Etapa 1: Comparación de modelo tradicional, categóricos y generalizados

En el cuadro 9, el modelo tradicional global (3.1a) tiene la RMSD más alta junto al modelo generalizado que emplea N_{sp} además del diámetro (3.9). El mismo resultado, o muy similar en precisión, se obtuvo tanto al ajustar el modelo con todos los datos como por UHI, aunque la exactitud de este último resultó notoriamente mayor.

Dentro de los modelos categóricos, el más preciso fue el modelo de exposición (3.3), seguido del de dosel (3.2b) ajustado por UHI (local), y al final se situó el de dosel ajustado en toda la muestra

de ajuste (global). Este último resultado también era esperable, debido a que dosel es una variable de árbol, tiene sentido que mejoren sus estimaciones al ajustar el modelo por UHI. El modelo de dosel resulta algo más preciso cuando es ajustado por UHI, disminuyendo en 0,02 metros (2 cm) su RMSD. Así también la diferencia entre el mejor y peor categórico fue de tan sólo 0,05 metros (5 cm).

En cuanto a los modelos generalizados, la menor RMSD por categoría fue obtenida por los modelos que emplearon las siguientes variables: en densidad DMC , en competencia d/DMC , en composición d/DMC_{sp} y en sitio H_{dom} . Este último modelo (3.13), obtuvo la menor RMSD de todos los generalizados, siendo además la menor comparada con todos los modelos.

Si bien los resultados generales indican que las menores RMSD se encuentran en el grupo de modelos generalizados, la diferencia entre el mejor modelo (3.13) y el peor (3.1b) fue sólo de 0,52 metros. Incluso, en una de las UHI (RoLa9), el modelo tradicional obtuvo una RMSD muy similar a la del mejor modelo. Esto último puede deberse a que la relación $h-d$ en dicha UHI es más homogénea que en las demás y mientras más homogénea es esta relación, mejores resultados pueden obtenerse con un modelo tradicional.

Cuadro 9. Estadísticos de exactitud (RMSD) y precisión (DA) en metros y porcentaje, calculados sobre la muestra de ajuste de roble.

Modelo	Tipo de modelo	Subtipo de modelo	Variable predictora	RMSD		DA	
				(m)	(%)	(m)	(%)
3.1a	Tradicionales	-	d	3,77	16,73	-6,05E-15	-2,69E-14
3.1b*		-	d	3,77	16,64	2,94E-15	1,20E-14
3.2a	Categóricos	Competencia	$d, DOSEL$	3,73	16,47	1,88E-15	8,34E-15
3.2 b*			$d, DOSEL$	3,75	16,66	-7,46E-15	-3,31E-14
3.3		Sitio	$d, ASPECT$	3,70	16,42	-3,04E-15	-1,35E-14
3.4	Generalizados	Densidad	d, N	3,71	16,46	-5,11E-15	-2,27E-14
3.5			d, G	3,76	16,69	-7,38E-15	-3,28E-14
3.6			d, DMC	3,68	16,35	-5,89E-15	-2,62E-14

Modelo	Tipo de modelo	Subtipo de modelo	Variable predictora	RMSD		DA	
				(m)	(%)	(m)	(%)
3.7		Competencia	$d, d/DMC$	3,71	16,49	-5,64E-15	-2,51E-14
3.8			$d, d/D_{dom}$	3,76	16,67	-1,07E-14	-4,75E-14
3.9		Composición	d, N_{sp}	3,77	16,72	-6,12E-15	-2,72E-14
3.10			d, G_{sp}	3,76	16,72	-8,24E-15	-3,66E-14
3.11			d, DMC_{sp}	3,71	16,47	-9,54E-15	-4,24E-14
3.12			$d, d/DMC_{sp}$	3,72	16,52	-7,21E-15	-3,20E-14
3.13		Sitio	d, H_{dom}	3,25	14,43	-2,77E-15	-1,23E-14
3.14			$d, H_{dom}/D_{dom}$	3,54	15,73	-8,15E-15	-3,62E-14

*Modelo ajustado por Unidad Homogénea de Inventario, para el cual RMSD y DA corresponden a medias ponderadas por cada UHI.

La DA del modelo tradicional (como media ponderada) fue menor que la de todos los modelos generalizados y casi todos los modelos categóricos, siendo sólo superada por el modelo categórico de dosel local. En cuanto a la DA más alta, ésta la presentó el modelo generalizado 3.8. En términos generales, todos los modelos son insesgados, ya que se trata de cifras muy bajas, aunque es natural que el sesgo no sea grande cuando se evalúan los modelos sobre los mismos datos con que fueron estimados los parámetros del modelo.

Puntuación de estadísticos

Debido a que ambos modelos tradicionales obtuvieron la misma puntuación, fue necesario compararlos en clases de validación, donde resultó superior el ajustado por UHI. Este resultado era esperable, dado que los modelos tradicionales necesitan condiciones similares del bosque para sostener una buena relación altura-diámetro, osea, mientras más homogénea sea el área mejor ajuste se logra.

En los modelos categóricos también se obtuvieron dos modelos con el mismo puntaje. El modelo de exposición tuvo que ser evaluado con el modelo de dosel ajustado por UHI, siendo este último el mejor de la categoría.

De los generalizados, en la subclase densidad, se comparó el modelo de número de árboles por hectárea (3.4) con el de diámetro medio cuadrático (3.6), resultando superior este último

Todos los modelos seleccionados de cada categoría, se encuentran en el cuadro 6, donde se analizaron sus capacidades predictivas en una muestra independiente.

4.2.2 Etapa 2: Validación independiente

Como se observa en el cuadro 10, el modelo tradicional (3.1b) tiene la segunda RMSD más baja (como media ponderada), siendo superada sólo por el mejor modelo generalizado de altura dominante (3.13). La diferencia entre ambos es de 0,09 m (9 centímetros). El modelo categórico (3.2b) también se posicionó en los primeros lugares, justo a continuación del modelo tradicional, teniendo una diferencia de 0,04 m (4 centímetros) respecto a éste. El resto de modelos generalizados obtuvo valores bastante más alejados, presentando diferencias desde 0,97 a 1,14 metros con respecto al modelo de altura dominante y desde 0,84 a 1,01 metros con respecto al categórico (3.2b).

Acerca de la exactitud, la DA del modelo tradicional 3.1b (como media ponderada) resultó ser la más alta de todos los modelos, a 0,41 m del segundo modelo más exacto (3.2b) y a 1,64 m del más exacto (3.13). Si bien todos los modelos resultaron ser sesgados, el modelo de altura dominante fue claramente superior.

Parece ser que los dos modelos ajustados por UHI (tradicional y categórico) lograron buenos resultados debido a que fueron ajustados y validados en una misma UHI. Es necesario recalcar que no se trata de validación en la misma muestra utilizada para estimar los parámetros, puesto

que a pesar de ser una misma UHI, se ocuparon algunas parcelas para el ajuste y otras se dejaron para validación independiente, 60 y 40% de los datos respectivamente.

Otro resultado importante se obtiene al comparar los estadísticos de los modelos 3.1b con los del 3.1a y los del 3.2b con los del 3.2a. En ambos casos, el modelo ajustado y validado por UHI fue ampliamente más preciso y exacto, superando en más de un metro (aproximadamente 8%) el RMSD del modelo ajustado con toda la muestra de ajuste y validado con toda la muestra de validación.

Cuadro 10. Estadísticos de exactitud y precisión obtenidos en la validación independiente.

Modelo	Tipo de modelo	Subtipo de modelo	Variable predictora	RMSD		DA	
				(m)	(%)	(m)	(%)
3.1a	Tradicional	-	d	4,77	26,36	-2,01	-11,14
3.1b*	Tradicional	-	d	3,46	18,44	1,88	9,80
3.2a	Categorico	Competencia	$d, DOSEL$	4,79	26,51	-2,05	-11,35
3.2b*	Categorico	Competencia	$d, DOSEL$	3,50	18,70	1,51	7,51
3.6		Densidad	d, DMC	4,34	23,99	-1,50	-8,27
3.7	Generalizados	Competencia	$d, d/DMC$	4,43	24,48	-1,54	-8,50
3.12		Composición	$d, d/DMC_{sp}$	4,51	24,96	-1,65	-9,14
3.13		Sitio	d, H_{dom}	3,37	18,63	-0,19	-1,03

*Modelo ajustado por Unidad Homogénea de Inventario, para el cual RMSD y DA corresponden a medias ponderadas por cada UHI.

Puntuación de estadísticos

Los modelos seleccionados para el análisis final fueron: el generalizado de altura dominante (3.13) y el categorico (3.2b), primero y segundo del ranking respectivamente (cuadro 11). El tercer lugar fue para el modelo tradicional b, superando incluso a todos los demás generalizados.

Cuadro 11. Ranking general de todos los modelos validados en forma independiente, seleccionados como los mejores por categoría en una validación en la muestra de ajuste realizada con anterioridad.

Ranking	Modelo	Tipo	Subtipo	Variables
1	3.13	Generalizado	Sitio	d, H_{dom}
2	3.2b	Categorico	Competencia	$d, DOSEL$
3	3.1b	Tradicional	-	d
4	3.21	Generalizados	Densidad	d, DMC
5	3.16		Competencia	$d, d/DMC$
6	3.15		Composición	$d, d/DMC_{sp}$

De forma adicional, se comparó RMSD y DA por UHI para el mejor modelo generalizado (3.13), el categorico (3.2b) y el tradicional (3.1b) (cuadro 12). Se observa que el modelo generalizado (3.13) mantiene valores más estables en cada UHI, a diferencia de los otros dos modelos, que alcanzan valores más extremos en algunas situaciones, tanto en precisión como exactitud.

Cuadro 12. Estadísticos de precisión y exactitud del mejor modelo por categoría en cada UHI de la muestra independiente.

Modelo	UHI	RMSD		DA	
		(m)	(%)	(m)	(%)
3.1b	CoUI14	4,24	17,24	2,80	11,38
	RaTre8	3,23	22,51	2,04	14,26
	RoLi8	2,50	15,26	1,14	6,98
	RoLi9	3,27	18,57	-0,94	-5,33
	Media Ponderada	3,46	18,44	1,88	9,80
3.2b	CoUI14	4,07	16,55	2,62	10,67
	RaTre8	2,83	19,73	1,05	7,30

Modelo	UHI	RMSD		DA	
		(m)	(%)	(m)	(%)
	RoLi8	3,09	18,90	-1,49	-9,08
	RoLi9	3,63	20,65	-0,37	-2,09
	Media Ponderada	3,50	18,70	1,51	7,51
3.13	CoU114	3,45	15,58	0,72	3,25
	RaTre8	3,37	26,30	-0,38	-3,00
	RoLi8	3,47	20,57	-1,69	-10,01
	RoLi9	3,17	18,17	-0,36	-2,06
	Media Ponderada	3,37	19,38	0,72	4,06

4.2.3 Etapa 3: Comparación de modelos generalizados combinados

Se obtuvieron siete nuevos modelos generalizados (3.15 al 3.21), los que básicamente combinan tres covariables (d , DMC y H_{dom}).

a) Validación en la muestra de ajuste

El modelo más preciso fue el 3.20, en cambio el menos preciso resultó ser el 3.18, teniendo una diferencia de 0,557 metros. En cuanto al modelo más exacto, éste fue el 3.19, en cambio el menos exacto resultó ser el 3.21, que combina todas las variables de estado de rodal de los mejores modelos generalizados por categoría (DMC , d/DMC , d/DMC_{sp} y H_{dom}), teniendo una diferencia de 1,28 metros, lo que lo hace muy sesgado, más aún tratándose de validación sobre la misma muestra de ajuste.

Cuadro 13. Estadísticos de exactitud (RMSD) y precisión (DA) en metros y porcentaje sobre el total de la muestra de ajuste para todos los modelos generalizados combinados.

Modelo	Variables	RMSD		DA	
		(m)	(%)	(m)	(%)
3.15	$d, DMC, d/DMC$	3,682	16,350	-5,15E-15	-2,29E-14
3.16	$d, DMC, d/DMC_{sp}$	3,682	16,350	-1,01E-14	-4,47E-14
3.17	d, DMC, H_{dom}	3,186	14,150	-6,04E-15	-2,68E-14
3.18	$d, d/DMC, d/DMC_{sp}$	3,712	16,484	-9,84E-15	-4,37E-14
3.19	$d, d/DMC, H_{dom}$	3,173	14,092	-3,75E-15	-1,67E-14
3.20	$d, d/DMC_{sp}, H_{dom}$	3,155	14,011	-4,54E-15	-2,02E-14
3.21	$d, DMC, d/DMC, d/DMC_{sp}, H_{dom}$	3,421	15,190	-1,28E+00	-5,70E+00

b) Validación independiente

En esta etapa (cuadro 14), el modelo más preciso fue el 3.21, en cambio el menos preciso resultó ser el 3.18, con una diferencia de 0,74 metros. En cuanto al modelo más exacto, éste fue el 3.17, en cambio el menos exacto resultó ser el 3.15, teniendo una diferencia de 0,44 metros entre ambos.

Cuadro 14. Estadísticos de exactitud y precisión obtenidos en la validación independiente con el total de la muestra para todos los modelos generalizados combinados.

Modelo	Variables	RMSD		DA	
		(m)	(%)	(m)	(%)
3.15	$d, DMC, d/DMC$	3,845	19,111	-0,635	-3,156
3.16	$d, DMC, d/DMC_{sp}$	3,844	19,106	-0,626	-3,113
3.17	d, DMC, H_{dom}	3,159	15,704	-0,193	-0,959
3.18	$d, d/DMC, d/DMC_{sp}$	3,871	19,241	-0,583	-2,898
3.19	$d, d/DMC, H_{dom}$	3,147	15,642	-0,324	-1,612
3.20	$d, d/DMC_{sp}, H_{dom}$	3,152	15,666	-0,267	-1,328
3.21	$d, DMC, d/DMC, d/DMC_{sp}, H_{dom}$	3,130	15,555	-0,251	-1,246

Cuadro 15. Ranking de modelos generalizados combinados.

Ranking	Modelo	VARIABLES
1	3.20	$d, d/DMC_{sp}, H_{dom}$
2	3.19	$d, d/DMC, H_{dom}$
3	3.17	d, DMC, H_{dom}
4	3.21	$d, DMC, d/DMC, d/DMC_{sp}, H_{dom}$
5	3.16	$d, DMC, d/DMC_{sp}$
6	3.15	$d, DMC, d/DMC$
7	3.18	$d, d/DMC, d/DMC_{sp}$

En el cuadro 15 se representa el ranking de estos modelos, quedando seleccionados para el análisis final, los modelos 3.20 y 3.19.

4.2.4 Análisis de capacidades predictivas por clases de validación

Se analizaron las capacidades predictivas de los 4 modelos seleccionados:

Cuadro 16. Modelos seleccionados para análisis final, evaluación en clases de altura.

Nº de modelo	Modelo
3.2b	$h_i = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_i} + \beta_2 DOSEL_{ij}$
3.13	$h_i = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_i} + \beta_2 H_{dom_{ij}}$
3.20	$h_i = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_i} + \beta_2 \frac{d_i}{DMC_{sp_{ij}}} + \beta_3 H_{dom_{ij}}$
3.19	$h_i = \beta_0 + \frac{\beta_1}{d_i} + \beta_2 \frac{d_i}{DMC_{ij}} + \beta_3 H_{dom_{ij}}$

Se obtuvo un gráfico de RMSD (%) por clase de altura (m) (figura 3) y otro de DA (%) por clases de altura (m) (figura 4) para los tres modelos validados con toda la muestra de validación (3.13, 3.20 y 3.19), y otros 4 de RMSD (%) – DA(%) por clase de altura (m) (figura 5), uno por cada UHI de la muestra de validación, para el modelo categórico de dosel (3.2).

El modelo 3.13 fue menos preciso que los otros dos modelos generalizados en las clases de altura extremas, además resultó menos exacto en la clase de altura mayor, lo cual es inconveniente debido a la influencia de esta clase en el volumen. Los otros dos modelos se parecen bastante, aunque es posible señalar que el modelo 3.20 es más preciso en las dos primeras clases y el 3.19 en las dos últimas, siendo preferible lo segundo. En referencia a la exactitud de ambos, el 3.19 es algo más exacto en la menor clase de altura, el 3.20 lo es en las dos clases siguientes y no es posible distinguir cual es superior en la última clase. Todos los modelos sobreestiman en la menor clase de altura, en tanto en la mayor subestiman.

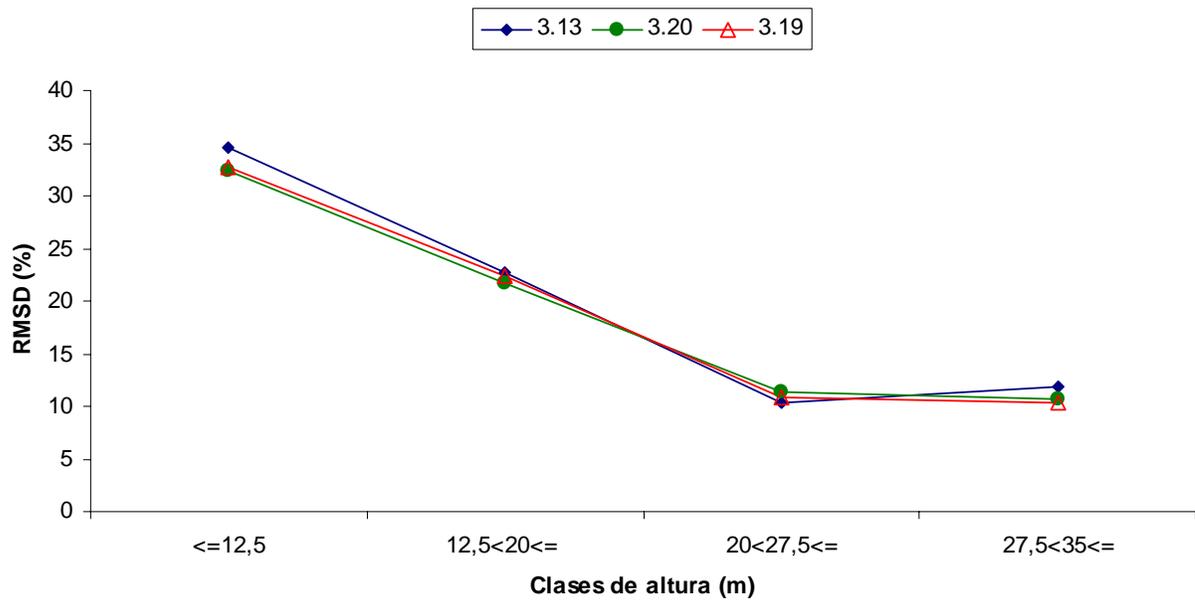


Figura 3. RMSD en porcentaje en clases de validación de altura en metros para los tres modelos generalizados seleccionados.

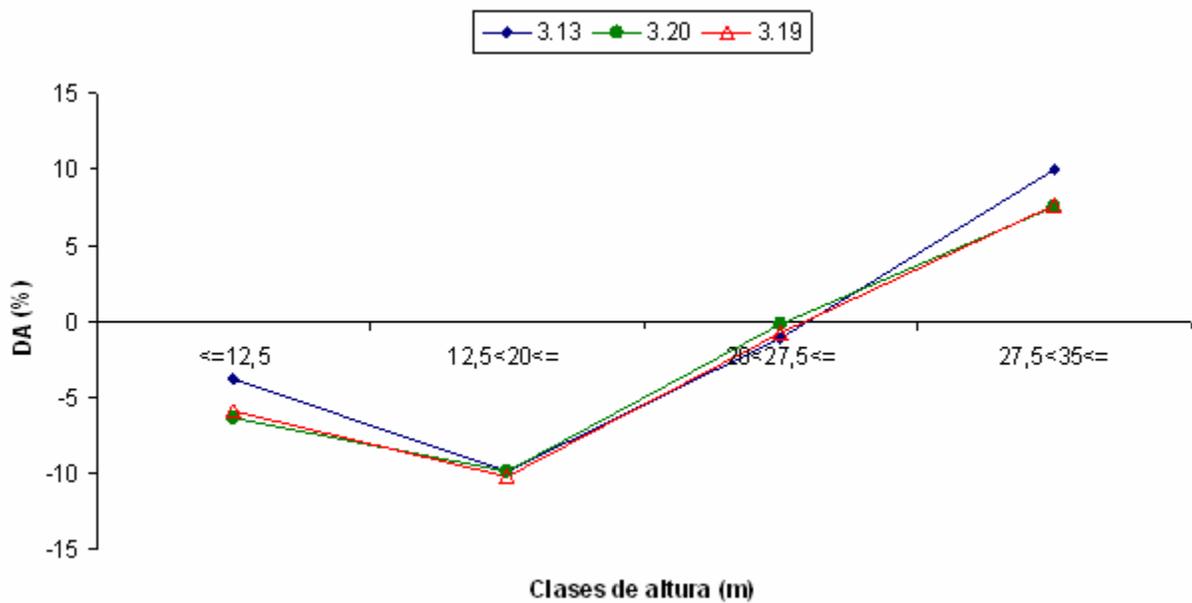


Figura 4. DA en porcentaje en clases de validación de altura en metros para los tres modelos generalizados seleccionados.

Al analizar la media y desviación estándar de ambos estadísticos, la menor puntuación general la obtuvo el modelo 3.20, el cual lideró el ranking de modelos generalizados combinados. En consecuencia, es el modelo más estable en términos de precisión, no así en exactitud, donde fue superado por el modelo 3.19 en la desviación estándar de la DA (%) y por el 3.13 en la DA (%) global.

Si bien el modelo 3.13 fue el de menor puntuación entre los tres, hay que considerar que es el modelo con menos variables (junto al categórico). Los dos modelos generalizados combinados seleccionados están compuestos por la variable de estado de rodal H_{dom} , proveniente del modelo 3.13, y de la variable d/DMC que corresponde a un índice de competencia independiente e la distancia que relaciona la magnitud del diámetro del árbol individual con el diámetro medio cuadrático del rodal, es decir le otorga una posición respecto al diámetro del árbol de área basal media. La única diferencia del modelo 3.20 del 3.19, es que el primero utiliza este índice de competencia con un componente de especificidad, es decir incluye el efecto de la composición, al relacionar el diámetro del árbol individual de roble con la porción del DMC compuesta por roble. Ambos modelos (3.20 y 3.19), están compuestos de una variable de estado de rodal de sitio (H_{dom}) y una de competencia (d/DMC), ya sea esta última general o específica. Tal vez, un modelo interesante de probar sería uno que combine H_{dom} con $dosel$, considerando que esto también es combinar una variable de sitio con una de competencia y que además ambos modelos fueron los mejor evaluados en la validación independiente de los mejores modelos por categoría (cuadro 7).

En cuanto al modelo categórico de dosel (3.2), éste alcanzó valores altos de RMSD (%) y DA (%), aunque no se aprecia alguna tendencia clara de las curvas respecto a las clases de altura. Ello podría deberse a que la variabilidad de los estadísticos depende en gran medida de la muestra de validación, que por haber sido realizada a nivel de UHI y además segregada en clases, cualquier error ocasiona gran impacto en los estadísticos.

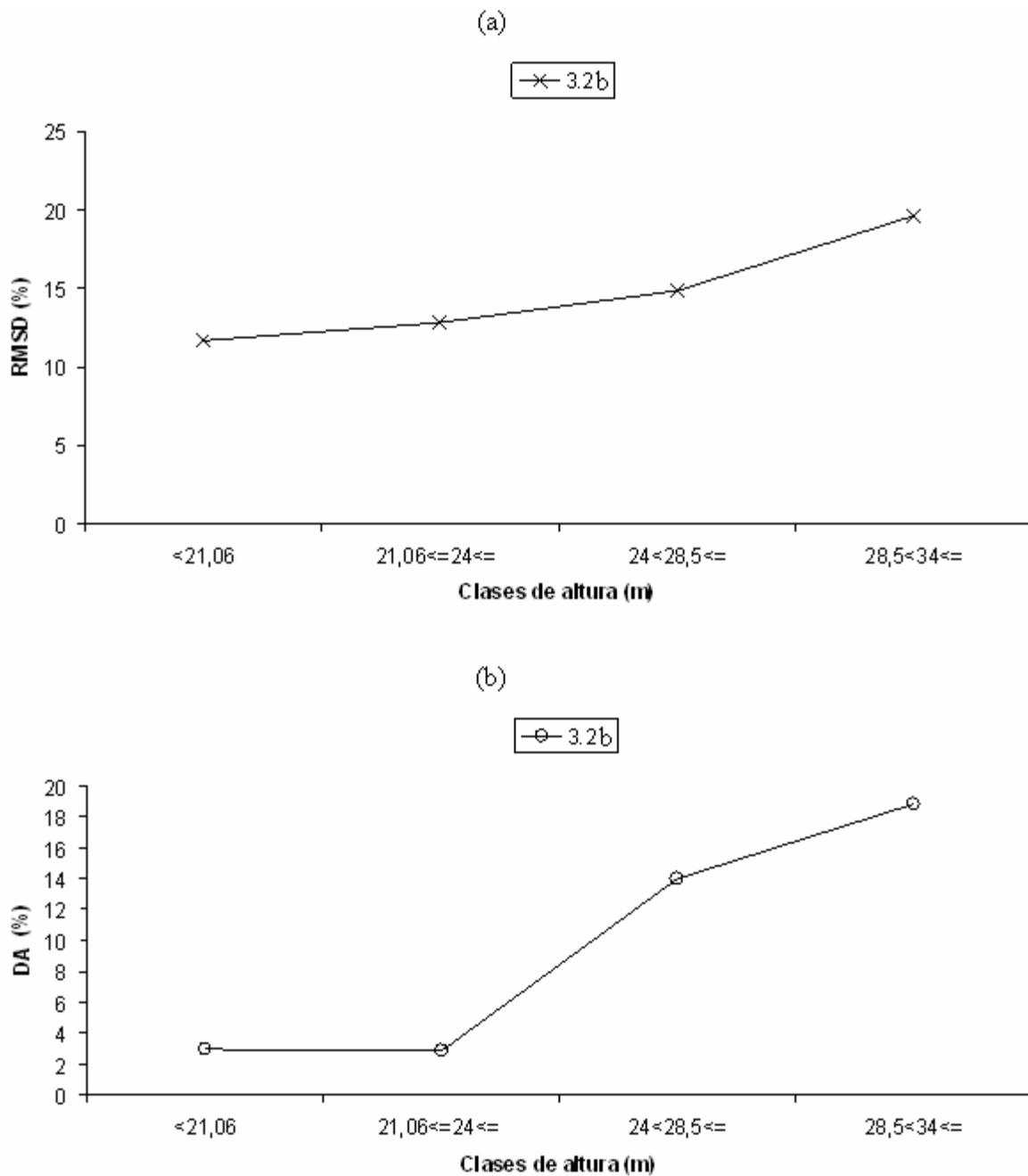


Figura 5. RMSD (a) y DA (b) en porcentaje en clases de validación de altura en metros para el modelo categórico de dosel en la UHI con mayor número de observaciones (CoUI14).

Finalmente, una comparación del mejor modelo de cada categoría obtenido en esta tesis, se encuentra en el cuadro 21. Aquí se presentan los valores de RMSD y DA segregados por UHI, observándose que los modelos generalizados obtuvieron estadísticos de menor magnitud como media ponderada y más estables entre UHI. Además, se observa que el modelo tradicional local obtuvo menor media ponderada de RMSD que el modelo categórico local, aunque este último obtuvo menor media ponderada de DA.

Cuadro 17. Estadísticos de precisión y exactitud del mejor modelo por categoría en cada UHI de la muestra independiente.

Modelo	UHI	RMSD		DA	
		(m)	(%)	(m)	(%)
3.1b	CoU14	4,24	17,24	2,80	11,38
	RaTre8	3,23	22,51	2,04	14,26
	RoLi8	2,50	15,26	1,14	6,98
	RoLi9	3,27	18,57	-0,94	-5,33
	Media Ponderada	3,46	18,44	1,88	9,80
3.2b	CoU14	4,07	16,55	2,62	10,67
	RaTre8	2,83	19,73	1,05	7,30
	RoLi8	3,09	18,90	-1,49	-9,08
	RoLi9	3,63	20,65	-0,37	-2,09
	Media Ponderada	3,50	18,70	1,51	7,51
3.13	CoU14	3,45	15,58	0,72	3,25
	RaTre8	3,37	26,30	-0,38	-3,00
	RoLi8	3,47	20,57	-1,69	-10,01
	RoLi9	3,17	18,17	-0,36	-2,06
	Media Ponderada	3,37	19,38	0,72	4,06
3.20	CoU14	3,31	14,98	0,37	1,65
	RaTre8	3,45	26,91	-0,41	3,23

Modelo	UHI	RMSD		DA	
		(m)	(%)	(m)	(%)
	RoLi8	3,67	21,79	-1,64	9,71
	RoLi9	3,38	19,35	0,13	0,74
	Media Ponderada	3,42	18,90	0,54	2,96

4.2.5 Comparación con otros estudios similares

Al comparar los resultados obtenidos con otros estudios, se tuvieron valores de RMSD mayores a los obtenidos en estudios realizados en plantaciones de especies exóticas, pero similares a lo obtenido en bosques naturales.

Una comparación de los resultados de este estudio con otro similar, pero realizado en plantaciones de pino insigne se puede observar en los cuadros 17 y 18. En el primero de éstos, para los dos estudios contrastados, el modelo generalizado obtuvo menor RMSD que el modelo tradicional, aunque en Cox (1992) los errores fueron de menor magnitud. La diferencia de RMSD entre el modelo generalizado y el tradicional fue de 2,3% en la presente tesis y de 3,1% en Cox (1992). En cuanto a la DA, los modelos de esta tesis resultaron menos sesgados que en Cox (1992).

Cuadro 18. Comparación de resultados de ajuste con estudio realizado en plantaciones de pino insigne.

Estadístico	Tipo de modelo	Estudios	
		Este estudio	Cox (1992)
RMSD (%)	Modelo tradicional global	16,7	7,9
	Modelo tradicional local	16,6	-
	Mejor modelo generalizado	14,4	4,8

Estadístico	Tipo de modelo	Estudios	
		Este estudio	Cox (1992)
DA (%)	Modelo tradicional global	0,0	-0,9
	Modelo tradicional local	0,0	-
	Mejor modelo generalizado	0,0	-0,6

En el caso del cuadro 18, se mantiene la misma tendencia en ambos estudios, siendo la diferencia de RMSD entre el modelo generalizado y el tradicional de 7,8% en la presente tesis y de 4,4% en Cox (1992), aunque la diferencia podría ser menor (2,2%) en esta tesis, si se considera en la comparación al modelo tradicional local. En cuanto a la DA, los modelos de esta tesis resultaron menos sesgados que en Cox (1992) en la validación independiente.

Cuadro 19. Comparación de resultados de validación independiente con estudio realizado en plantaciones de pino insigne.

Estadístico	Tipo de modelo	Estudios	
		Este estudio	Cox (1992)
RMSD (%)	Modelo tradicional global	26,4	9,1
	Modelo tradicional local	18,4	-
	Mejor modelo generalizado	18,6	4,7
DA (%)	Modelo tradicional global	-11,1	1,7
	Modelo tradicional local	9,8	-
	Mejor modelo generalizado	-1,0	-0,2

Al comparar los resultados obtenidos con otro estudio similar (Moreno y Gezan, 2000), también realizado en renovales de roble-raulí-coigüe (de hecho con gran parte de los datos en común), se observa que el RMSD fue muy parecido en ambos estudios. A pesar de que Moreno y Gezan

(2000) no realizaron validación independiente, presentaron los resultados obtenidos con los dos mejores modelos generalizados con H_{dom} y los dos mejores sin H_{dom} .

En la presente tesis el mejor modelo generalizado (de la etapa 1 y 2) fue el que incorporó H_{dom} como única variable de estado de rodal, el cual se compara al mejor modelo de Moreno y Gezan (2000), el cual empleó H_{dom} y DMC (cuadro 19). En dicho cuadro se observa que, el mejor modelo generalizado obtenido por Moreno y Gezan (2000) tuvo un RMSD 0,4% menor que la presente tesis y que ambos resultaron insesgados. Si bien es cierto, Moreno y Gezan (2000) lograron un error poco menor, es necesario indicar que ellos ajustaron los modelos en cuatro zonas geográficas por separado (incluso divididas en tres conglomerados cada una), lo que sería el símil de las UHI utilizadas en este estudio, pero en cambio en esta tesis los modelos generalizados fueron ajustados de manera global (con toda la muestra de ajuste en su conjunto), obteniendo casi tan buen resultado como al ser ajustados de manera local por Moreno y Gezan (2000). En esta tesis se calculó el RMSD por UHI pero sólo en la validación independiente, obteniendo entre 15,6 y 26,3%, con una media ponderada de 19,4% (anexo 9).

Otra diferencia importante del mejor modelo de Moreno y Gezan (2000), es que éste utiliza dos variables de estado de rodal, con un total de seis parámetros (incluyendo intercepto). Tal modelo debiera ser comparado al mejor modelo generalizado de la etapa 3 de esta tesis, correspondiente al set de modelos llamados “modelos generalizados combinados”, los cuales combinan las mejores variables de estado de rodal por categoría, seleccionadas en la etapa 2. El mejor modelo generalizado combinado obtuvo un 14,0% de RMSD en el ajuste (mismo valor que Moreno y Gezan 2000) y fue uno que empleó H_{dom} y DMC , aunque este último como índice de competencia específico (d/DMC_{sp}), conformando un total de 4 parámetros (incluyendo intercepto). En la validación independiente, el mismo modelo obtuvo un RMSD de 15,7%, resultando tercero en el ranking de validación, siendo esta vez el primer lugar para el modelo FULL. El modelo FULL empleó d , DMC , d/DMC , d/DMC_{sp} , H_{dom} , con un total de cinco parámetros (incluyendo intercepto), este modelo obtuvo el quinto lugar en el ranking de ajuste, lo que le otorgó el cuarto lugar en el ranking final, esto debido al alto sesgo resultante en el ajuste (-5,7%).

Cuadro 20. Comparación de resultados de ajuste con otro estudio realizado en renovales de roble-roblí-coigüe, considerando mejor modelo generalizado con H_{dom} .

Estadístico	Tipo de modelo	Este estudio	Moreno y Gezan (2000)
RMSD (%)	Mejor modelo generalizado	14,4	14,0
DA (%)	Mejor modelo generalizado	0,0	0,0

El mejor modelo generalizado sin H_{dom} (de la etapa 1 y 2) obtenido en esta tesis fue el que incorporó DMC como única variable de estado de rodal (3.6), este modelo fue comparado con el mejor modelo sin H_{dom} de Moreno y Gezan (2000), que empleo DMC y N (cuadro 20).

El mejor modelo generalizado sin H_{dom} (de la etapa 1 y 2) de esta tesis obtuvo un RMSD 1,3% menor que el su homólogo en Moreno y Gezan (2000), resultando además insesgado a comparación del mismo. Los modelos comparados tienen tres y cuatro parámetros respectivamente (incluyendo intercepto), por lo que una comparación más justa puede hacerse contrastando el modelo de Moreno y Gezan (2000) con el mejor modelo generalizado combinado (etapa 3 de esta tesis) sin H_{dom} , correspondiente al modelo 3.15 y 3.16, que emplean d , DMC , d/DMC y d , DMC , d/DMC_{sp} respectivamente, con cuatro parámetros también (incluyendo intercepto). Curiosamente los modelos 3.15 y 3.16 obtuvieron un RMSD de 16,4% en el ajuste, es decir no mejoraron al incorporar otra covariable, aunque si lo hicieron en la validación donde ambos reducen el RMSD un 4,9% respecto al modelo 3.6. Además, en el ajuste, la DA disminuye un 0,33E-14% para el modelo 3.15, aunque aumenta un 1,85E-14% para el 3.16. En cambio disminuye en ambos casos en la validación independiente, un 5,11% para el modelo 3.15 y un 5,16% para el modelo 3.16.

Cuadro 21. Comparación de resultados de ajuste con otro estudio realizado en renovales de roble-roblí-coigüe, considerando mejor modelo generalizado sin H_{dom} .

Estadístico	Tipo de modelo	Este estudio	Moreno y Gezan (2000)
RMSD (%)	Mejor modelo generalizado	16,4	17,7
DA (%)	Mejor modelo generalizado	0,0	1,5

5. CONCLUSIONES

El agrupamiento de parcelas, como se hizo en esta tesis mediante las Unidades Homogéneas de Inventario, permite simular condiciones locales de vegetación. Dichas condiciones son ideales para un buen ajuste de modelos tradicionales o categóricos con variables a nivel de árbol, dado que la relación altura-diámetro varía dependiendo del rodal.

Los modelos más exactos y precisos corresponden a modelos generalizados, siendo aquellos que incorporan altura dominante los que mejoran en mayor medida sus capacidades predictivas, ello puede deberse al efecto que tiene el sitio en la relación altura-diámetro. Por otro lado, si bien los índices de competencia evaluados también aumentan las capacidades predictivas de los modelos, lo hacen en menor medida. De todas maneras, la combinación de variables de estado de rodal resultó en un aumento de las capacidades predictivas, sobre todo al validar los modelos.

A pesar de que los modelos generalizados fueron algo más exactos, pero sobre todo más precisos que los modelos tradicionales, las diferencias no son tan significativas respecto a otros estudios. Sin embargo, los modelos generalizados presentan la ventaja de que permiten estimar la altura de cualquier árbol sin necesidad de segregar la muestra por rodal o parcela, lo cual los hace más prácticos de utilizar en extensas bases de datos.

6. RESUMEN

La altura de un árbol es una variable de vital importancia para la caracterización de árboles individuales y ecosistemas forestales, por ejemplo en estimaciones de volumen y biomasa. A diferencia del diámetro (d), la medición de la altura (h) resulta difícil, lenta y por ende costosa. Por ello, se necesitan modelos que, en base a la medición del d permitan estimar altura de árboles a los cuales no se les midió altura. A pesar de la importancia de los bosques de segundo crecimiento (renovales), especialmente los de *Nothofagus obliqua-N. alpina-N. dombeyi* (roble-raulí-coigüe), existen escasos estudios de modelación de altura en ellos. En este estudio se ajustaron modelos estimadores de altura individual (tradicionales, categóricos y generalizados) y se evaluaron sus capacidades predictivas para roble en renovales de roble-raulí-coigüe. Las variables de estado de rodal del mejor modelo generalizado de cada categoría se combinaron, dando origen a nuevos modelos generalizados. Los modelos generalizados aumentaron sus capacidades predictivas cuando emplearon altura dominante como una de las variables predictoras, logrando mayor exactitud (RMSD 18,6%) y precisión (DA -1,0%) que los modelos tradicionales (RMSD 18,4% y DA 9,8%) ajustados para cada condición de rodal. Además, a diferencia de los modelos tradicionales, los modelos generalizados permiten estimar la altura de cualquier árbol sin necesidad de segregar la muestra por rodal o parcela, lo cual los hace más prácticos de utilizar en extensas bases de datos. Lo anterior demuestra la potencialidad del uso de modelos generalizados para la caracterización de ecosistemas forestales.

7. SUMMARY

The height of a tree is a critical variable for the characterization of individual trees and forest ecosystems, for example in volume and biomass estimates. Unlike the diameter (d) the measuring of height (h) is difficult, slow and hence costly. Therefore, models are needed, based on the measurement of d to estimate height of trees without measured height. Despite the importance of secondary forest (regrowth), especially those of *Nothofagus obliqua*-*N. alpina*-*N. dombeyi* (roble-raulí-coigüe), there is very few modeling studies of height on them. In this study, individual height models were fitted (traditional, categorical and generalized) and assessed its predictive capabilities for roble in roble-raulí-coigüe regrowth forest. The stand variables of the best generalized model of each category were combined, giving rise to new generalized models. The generalized models increased their predictive capabilities when they used dominant height as a predictor variable, achieving greater accuracy (RMSD 18.6%) and precision (DA -1.0%) than traditional models (RMSD 18.4% and DA 9.8%) fitted for each stand condition. In addition, unlike traditional models, the generalized models allow estimate the height of any tree, without segregating the sample by stand or plot, which makes them more practical to use in large databases. This demonstrates the potential use of generalized models for the characterization of forest ecosystems.

8. LITERATURA CITADA

Arias, D. 2004. Estudio de las relaciones *altura-diámetro* para seis especies maderables utilizadas en programas de reforestación en la Zona Sur de Costa Rica. Kurú 1(2).

Barría, L. 1996. Comparación de la estructura y crecimiento de una plantación de roble-raulí, con una de roble-raulí-ulmo, en la provincia de Valdivia. Tesis Ingeniero Forestal. Universidad Austral de Chile. Valdivia, Chile. 84 p.

Barrio, M., Álvarez, J., Díaz, I. y López, C. 2004. Relación altura-diámetro generalizada para *Quercus robur* L. en Galicia. Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales 18: 141-146.

Brandeis, T., Delaney, M., Parresol, B. y Royer, L. 2006. Development of equations for predicting Puerto Rican subtropical dry forest biomass and volume. Forest Ecology and Management 253: 133-142.

Brooks, J. y Wiant, H. 2005. Evaluating ecoregion-based height-diameter relationships of five economically important appalachian hardwood species in West Virginia. *In*: Proceedings of the Seventh Annual Forest Inventory and Analysis Symposium, October 2005, Portland, Maine. 237-242 p.

Canga, E., Afif, E., Gorgojo, J. y Cámara, A. 2007. Relación altura-diámetro generalizada para *Pinus radiata* D. Don en Asturias (norte de España). Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales 23: 153-158.

Chacón, F. 2005. Proyección de crecimiento en renovales de *Nothofagus alpina* (Poepp. et Endl.) Oerst. sometidos a raleo en la IX Región, a través de un modelo de espacio de estados. Tesis Ingeniero Forestal. Universidad Austral de Chile. Valdivia, Chile. 39 p.

Colbert, K., Larsen, D. y Lootens, J. 2002. Height-diameter equations for thirteen midwestern bottomland hardwood species. Northern Journal of Applied Forestry 19(4): 171-176.

CONAF, CONAMA, BIRF, Universidad Austral de Chile, Pontificia Universidad Católica de Chile y Universidad Católica de Temuco. 1999. Catastro y evaluación de recursos vegetacionales nativos de Chile. Informe regional décima región. Santiago, Chile. 138 p.

Cox, F. 1992. Estimadores de altura de árboles en plantaciones de pino insigne. Informe de Convenio Investigación Interempresas. *En*: Pinus radiata investigación en Chile. Silvicultura, manejo y tecnología. Editado por B. Olivares, M Meneses y G. Paredes. Universidad Austral de Chile, Facultad de Ciencias Forestales. 41-56 p.

- Diéguez, U., Barrio, M., Castedo, F. y Álvarez, J. 2005.** Relación altura-diámetro generalizada para masas de *Pinus sylvestris* L. procedentes de repoblación en el noroeste de España. *Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales* 14(2): 229-241.
- Donoso, C. 1992.** Ecología forestal. El bosque y su medio ambiente. Tercera edición. Editorial Universitaria. Santiago, Chile. 369 p.
- Faraway, J. 1998.** Data splitting strategies for reducing the effect of model selection on inference. *Computing Science and Statistics* 30: 332-341.
- Fonseca, W., Alice, F. y Rey, J. 2009.** Modelos para estimar la biomasa de especies nativas en plantaciones y bosques secundarios en la zona Caribe de Costa Rica. *Bosque* 30(1): 36-47.
- García, O. 1974.** Ecuación altura-diámetro para pino insigne. Nota técnica N° 19. Instituto Forestal. 15 p.
- Gayoso J., Guerra, J. 2005.** Contenido de carbono en la biomasa aérea de bosques nativos en Chile. *Bosque* 26(2): 33-38.
- Gyenge, J., Fernández, M., Sarasola, M., de Urquiza, M. y Schlichter, T. 2009.** Ecuaciones para la estimación de biomasa aéreas y volumen de fuste de algunas especies leñosas nativas en el valle del río Foyel, NO de la Patagonia argentina. *Bosque* 30(2): 95-101.
- Hanus, M., Marshall, D. y Hann, D. 1999.** Height-diameter equations for six species in the Coastal Regions of the Pacific Northwest. Forest Research Laboratory, Oregon State University, Corvallis, Oregon. Research Contribution 25. 11 p
- Hernández, E. 1996.** Análisis del crecimiento de una plantación de raulí (*Nothofagus alpina* Poepp. et Endl.) Oerst) en la precordillera andina de la Provincia de Valdivia. Tesis Ingeniero Forestal. Universidad Austral de Chile. Valdivia, Chile. 74 p.
- Herrera, J. y May, F. 1976.** Caracterización y análisis para el ordenamiento de renovales de raulí (*Nothofagus alpina* Poepp. et Endl) en Jauja. Provincia de Malleco. Tesis Ingeniero Forestal. Universidad de Chile. Facultad de Ciencias Forestales. Santiago, Chile. 63 p.
- Huang, S., Titus, S. y Wiens, D. 1992.** Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species. *Canadian Journal of Forest Research* 22(9): 1.297-1.304.
- Huang, S., Wiens, D., Yang, Y., Meng, S. y Vanderschaaf, C. 2009.** Assessing the impacts of species composition, top height and density on individual tree height prediction of quaking aspen in boreal mixedwoods. *Forest Ecology and Management* 258(7): 1.235-1.247.
- Husch, B., Beers, T. y Miller., C. 1972.** Forest Mensuration. The Ronald Press Company. Segunda Edición. New York. USA. 409 p.

INE. 2008. División político administrativa y censal 2007. Informe del Instituto Nacional de Estadística. Santiago, Chile. 357 p.

Juárez et al. 2006. Ecuaciones altura-diámetro para *Ziziphus mistol* Griseb. en Santiago del Estero, Argentina. *Quebracho* 13: 36-43.

Juárez et al. 2007. Ecuaciones altura-diámetro en *Prosopis nigra* (Griseb) Hieron (algarrobo negro) en Santiago del Estero, Argentina. *Foresta Veracruzana* 9(1): 9-14.

Keith, H., Barrett, D. y Keenan, R. 2000. Review of allometric relationships for estimating woody biomass for New South Wales, the Australian capital territory, Victoria, Tasmania and South Australia. National Carbon Accounting System Technical Report No. 5B.

Kershaw, J., Morrisey, R., Jacobs, D., Seifert, J. y McCarter, J. 2008. Dominant height-based height-diameter equations for trees in southern Indiana. Proceedings of the 16th Central Hardwoods Forest Conference. 2008 April 8-9; West Lafayette, Indiana. General Technical Report: NRS-P-24. Newtown Square, PA: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Northern Research Station: 341-355.

Kramer, H. y Akça, A. 1995. Leitfaden zur Waldmesslehre. Johann David Sauerländer's Verlag. Frankfurt am Main, Deutschland. 266 p.

Lahsen, H. 2003. Caracterización y evaluación de propuestas silvícolas en un renoval intervenido del tipo Roble-Raulí-Coigüe, en la Provincia de Ñuble. Tesis Ingeniero Forestal. Universidad de La Frontera. Temuco, Chile. 69 p.

Larsen, D. y Hann, D. 1987. Height-diameter equations for seventeen tree species in Southwest Oregon. Forest Research Laboratory, Oregon State University, Corvallis, Oregon. Research Paper 49, 16 p.

Leduc, D. y Goelz, J. 2009. A height-diameter curve for longleaf pine plantations in the Gulf Coastal Plain. *Southern Journal of Applied Forestry (USA)* 33(4): 164-170.

Lei, X., Peng, C., Wang, H. y Zhou, X. 2009. Individual height-diameter models for young black spruce (*Picea mariana*) and jack pine (*Pinus banksiana*) plantations in New Brunswick, Canadá. *The Forestry Chronicle* 85(1): 43-56.

López, C., Gorgoso, J. y Castedo, F. 2001. Comparación de modelos de altura-diámetro generalizados para *Pinus radiata* D. Don en Galicia. *En: III Congreso Forestal Español*: 585-591.

López, C., Gorgojo, J., Castedo, F., Rojo, A., Rodríguez, R., Álvarez, J. G. y Sánchez, F. 2003. A height-diameter model for *Pinus radiata* D. Don in Galicia (Northwest Spain). *Annals of Forest Science* 60: 237-245.

- Luebert, F. y Pliscoff, P. 2004.** Clasificación de pisos de vegetación y análisis de representatividad ecológica de áreas propuestas para la protección en la ecoregión valdiviana. Informe final: Clasificación de ecosistemas terrestres y análisis de la representatividad ecológica de áreas propuestas para la protección en la ecoregión valdiviana. Documento N° 10, Serie de Publicaciones WWF Chile, Programa Ecoregión Valdiviana. Valdivia, Chile. 174 p.
- Maureira, J. 1995.** Caracterización y evaluación del crecimiento de tres plantaciones de coigüe común (*Nothofagus dombeyi* (Mirb) Oerst) ubicadas en la Provincia de Valdivia. Tesis Ingeniero Forestal. Universidad Austral de Chile. Valdivia, Chile. 66 p.
- Misir, N. 2010.** Generalized height-diameter models for *Populus tremula* L. stands. African Journal of Biotechnology 9(28): 4.348-4.355.
- Moore, J., Zhang, L. y Stuck, D. 1996.** Height-diameter equations for ten tree species in the Inland Northwest. Western Journal of Applied Forestry 11(4): 132-137.
- Moreno, P. y Gezan, S. 2000.** Modelos parametrizados de altura para renovales de roble, raulí y coigüe. Documento interno. Proyecto FONDEF D97I1065 “*Software de Planificación de Actividades en Renovales de Roble, Raulí y Coigüe en la IX y X Región*”. Universidad Austral de Chile. Valdivia, Chile. 8 p.
- Núñez, P. y Peñaloza, R. 1986.** Informe final del estudio “Evaluación del estado actual y proposición de manejo de los renovales de raulí y roble intervenidos en los predios Jauja y Santa Luisa, de FORVESA”. Etapa II: resultados del inventario de pre-raleo. Serie Técnica. Facultad de Ciencias Forestales. Universidad Austral de Chile. Valdivia, Chile. 101 p.
- Pece, M., Benítez, C., Juárez, M., Mariot, V., Sanguedolce, J. y Pranzoni, O. 2006.** Modelación de la altura total para quebracho colorado santiagueño (*Schinopsis quebracho-colorado*). Foresta Veracruzana 8(1): 1-7.
- Peng, C., Zhang, L. y Liu, J. 2001a.** Developing and validating nonlinear height-diameter models for major tree species of Ontario’s boreal forests. Northern Journal of Applied Forestry 18(3): 87-94.
- Peng, C., Zhang, L., Huang, S., Zhou, X., Parton, J. y Woods, M. 2001b.** Developing ecoregion-based height-diameter models for jack pine and black spruce in Ontario. Forest Research Report N° 159. Ontario Forest Research Institute.
- Peng, C., Zhang, L., Zhou, X., Dang, Q y Huang, S. 2004.** Developing and evaluating tree height-diameter models at three geographic scales for black spruce in Ontario. Northern Journal of Applied Forestry 21(2): 83-92.
- Pincheira, M. 1993.** Evaluación de raleos aplicados en un removal de raulí (*Nothofagus alpina* Poepp. et Endl.) y roble (*Nothofagus obliqua* (Mirb) Oerst) ubicado en el Fundo Jauja, Provincia

de Malleco, IX Región. Tesis Ingeniero Forestal. Universidad Austral de Chile. Valdivia, Chile. 68 p.

Prodan, M., Peters, R., Cox, F. y Real, P. 1997. Mensura Forestal. IICA – BMZ/GTZ. San José. Costa Rica. 561 p.

Puente, M., Peñaloza, R., Donoso, C., Paredes, R., Nuñez, P., Morales, R. y Engdahl, O. 1981. Estudio de raleo y otras técnicas para el manejo de renovales de raulí y roble. Instalación de ensayos de raleo en renovales de raulí. Proyecto CONAF/PNUD/FAO-CHI/76/003. Documento de trabajo N° 37. 63 p.

Quiroz, I., García, E., González, M., Lucero, A., Villarroel, A. y Soto, H. 2011. Evaluación y análisis de los métodos de regeneración aplicados en el tipo forestal roble-raulí-coigüe de la precordillera de los Andes de las regiones del Biobío y la Araucanía. INFOR. Santiago, Chile. 108 p.

R Development Core Team. 2010. R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>.

Salas, C. 2002. Ajuste y validación de ecuaciones de volumen para un relicto del bosque de Roble-Laurel-Lingue. Bosque 23(2): 81-92.

Salas, C., Ene, L., Gregoire, T., Næsset, E. and Gobakken, T. 2010. Modelling tree diameter from airborne laser scanning derived variables: A comparison of spatial statistical models. Remote Sensing of Environment 114(6): 1.277-1.285.

Schlegel, B. 2001. Estimación de la biomasa y carbono en bosque del tipo forestal siempreverde. En: Simposio Internacional Medición y Monitoreo de la Captura de Carbono en Ecosistemas Forestales, 18 al 20 de octubre del 2001. Valdivia, Chile.

Schröder, J. y Álvarez, J. 2001. Comparing the performance of generalized diameter-height equations for maritime pine in Northwestern Spain. Forstwissenschaftliches Centralblatt 120(1): 18-23.

Sloboda, B., Gaffrey, D. y Matsumura, N. 1993. Regionale und lokale Systeme von Höhenkurven für gleichaltrige Waldbestände. Allgemeine Forst und Jagdzeitung 164(12): 225-228.

Soares, P. y Tomé, M. 2002. Height-diameter equation for first rotation eucalypt plantations in Portugal. Forest Ecology and Management 166(1): 99–109.

- Soler, M. 1978.** Análisis evolutivo y comportamiento de renovales no intervenidos de raulí (*Nothofagus alpina* poepp. Et endl) según Edad. Tesis Ingeniero Forestal. Universidad de Chile. Facultad de Ciencias Forestales. Santiago, Chile. 59 p.
- Staudhammer, C. y LeMay, V. 2000.** Height prediction equations using diameter and stand density measures. *The Forestry Chronicle* 76(2): 303-309.
- Steuer, H. 2008.** Evaluación de raleos en un renoval de raulí (*Nothofagus alpina* poepp. Et endl.) y roble (*Nothofagus obliqua* (Mirb) Oerst.) en la Provincia de Malleco, IX Región. Tesis Ingeniero Forestal. Universidad Austral de Chile. Valdivia, Chile. 35 p.
- Temesgen, H. y von Gadow, K. 2004.** Generalized height–diameter models—an application for major tree species in complex stands of interior British Columbia. *European Journal of Forest Research* 123(1): 45–51.
- Tewari, V. 2007.** Comparing the model forms estimating generalized diameter-height relationships in *Tecomella undulata* plantations in hot arid region of India. *Journal of Forestry Research* 18(4): 255–260.
- Trincado, G. y Leal, C. 2006.** Ecuaciones locales y generalizadas de altura-diámetro para pino radiata (*Pinus radiata*). *Bosque* 27(1): 23-34.
- Van Laar, A. y Akça, A. 1997.** Forest mensuration. Cuvillier Verlag. Primera edición. Göttingen, Deutschland. 418 p.
- Vidal, C. 2003.** Relación de las variables de altura y diámetro de roble (*Nothofagus obliqua* (Mirb.) Bl), con la intensidad de daño por insectos defoliadores, en la Reserva Nacional Altos del Lircay. Tesis Ingeniero Forestal. Universidad de Talca. Talca, Chile. 41 p.
- Wang, C. y Hann, D. 1988.** Height-diameter equations for sixteen tree species in the Central Western Willamette Valley of Oregon. Research Paper 51. Forest Research Laboratory. Oregon State University, Corvallis.
- Yuancai, L. y Parresol, B. 2001.** Remarks on height-diameter modeling. USDA Forest Service. Research Note SRS-10. 8 p.
- Zhang, L. 1997.** Cross-validation of non-linear growth functions for modelling tree height-diameter relationships. *Annals of Botany* 79(3): 251-257.
- Zhang L., Peng, C., Huang, S. y Zhou, X. 2002.** Development and evaluation of ecoregion-based jack pine height-diameter models for Ontario. *Forestry Chronicle* 78(40): 530-538.

9. ANEXOS

Anexo 1. Modelos tradicionales comparados para elección de modelo base.

Nº modelo	Modelo	Nombre	Autor
1	$h = 1,3 + \beta_1 * \sqrt{d}$		García (1974)
2	$h = \beta_1 * \frac{d}{d+15}$		García (1974)
3	$h = \beta_1 * \frac{d}{d+20}$		García (1974)
4	$h = \beta_1 * \frac{d}{d+25}$		García (1974)
5	$h = 1,3 + \beta_1 * \frac{d}{d+10}$		García (1974)
6	$h = 1,3 + \beta_1 * \frac{d}{d+20}$		García (1974)
7	$h = 1,3 + \beta_1 * \frac{d}{d+25}$		García (1974)
8	$h = 1,3 + \beta_1 * \frac{d}{d+30}$		García (1974)
9	$h = 1,3 + \beta_1 * \frac{d^2}{d^2+100}$		García (1974)
10	$h = \beta_0 + \beta_1 * d$		García (1974)
11	$h = \beta_0 + \beta_1 * \sqrt{d}$		García (1974)
12	$h = \beta_0 + \beta_1 * \log(d)$		Henricksen (1960)*
13	$h = \beta_0 + \beta_1 * \ln(d)$	Ecuación logarítmica	García (1974)
14	$h = \beta_0 + \beta_1 * \ln\left(1 + \frac{d}{10}\right)$		García (1974)
15	$h = \beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{d}$		García (1974)
16	$h = \beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{d^2}$		García (1974)
17	$h = \beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{d+5}$		García (1974)
18	$h = \beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{d+8}$		García (1974)
19	$h = \beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{d+10}$		García (1974)
20	$h = \beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{d+12}$		García (1974)

21	$h = \beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{d+15}$		García (1974)
22	$h = \beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{d+20}$		García (1974)
23	$h = \beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{d+25}$		García (1974)
24	$h = \beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{d^2+100}$		García (1974)
25	$h = 1,3 + e^{\left(\beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{d}\right)}$	Ecuación exponencial	Curtis (1967)**
26	$h = 1,3 + \left(\beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{d}\right)^3$		Nngel (1991)***
27	$h = 1,3 + \beta_1 * d + \beta_2 * d^2$		Laar & Akca (1997)
28	$h = 1,3 + \left(\frac{1}{\beta_0 + \beta_1 * \ln(d)}\right)$		Laar & Akca (1997)
29	$h = 1,3 + \left(\frac{d^2}{\beta_0 + \beta_1 * d + \beta_2 * d^2}\right)$	Ecuación de Prodan	Prodan (1944)****
30	$h = \beta_0 + \beta_1 * d + \beta_2 * d^2$	Ecuación parabólica	Schmidt (1967)****
31	$\log(h) = \beta_0 + \beta_1 * \log(d)$		Stoffels & Van Soest (1953)*
32	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{d}$		Zakrewski et al. (1988)***
33	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 * \ln(d)$		Laar & Akca (1997)
34	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{\sqrt[3]{d}}$		Cox (1992)
35	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{\sqrt{d}}$		Cox (1992)
36	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 * \ln(d) + \beta_2 * \frac{1}{d}$		Salas (2000)
37	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 * \ln(d) + \beta_2 * \ln(d)^2$	Ecuación de Korsun	Kramer y Akça (1995)
38	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 * \ln(d) + \beta_2 * d$	Ecuación de Freese	Freese (1964)****
39	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{d} + \beta_2 * \frac{1}{d^2}$	Ecuación de Van Laar	Laar (1986)****
40	$\frac{1}{\sqrt{(h-1,3)}} = \beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{d}$	Ecuación de Petterson	Petterson (1955)***
41	$\frac{1}{\sqrt[3]{(h-1,3)}} = \beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{d}$		Cox (1992)

42	$(h - 1,3) = \beta_0 + \beta_1 * \ln(d)$	García (1974)
43	$(h - 1,3) = \beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{d}$	García (1974)
44	$\frac{(h - 1,3)}{d} = \beta_0 + \beta_1 * d$	García (1974)
45	$\sqrt[3]{(h - 1,3)} = \beta_0 + \beta_1 * \frac{1}{d}$	Vestjordet (1977)**

Donde:

h = altura total (m)

d = diámetro a la altura del pecho (cm)

1,3 = constante para evitar estimaciones negativas con diámetros cercanos a cero

β_0 , β_1 y β_2 = coeficientes o parámetros a estimar

*extraído de Husch et al. (1972)

** extraído de Staudhammer & LeMay (2000)

*** extraído de Laar & Akca (1997)

**** extraído de Krammer & Akça (1995)

Anexo 2. Parámetros estimados, estadísticos de capacidades predictivas y estadística descriptiva de la estimación de los modelos tradicionales ajustados en roble (n=1.646) para elección de modelo base.

Nº mod	Parámetros			Estadísticos de precisión y exactitud					Estadística descriptiva de la estimación				
	β_0	β_1	β_2	RMSD (m)	RMSD (%)	AD (m)	DA (%)	Dif	Mín	Máx	Media	Desviación estándar	CV (%)
1	-	4,1	-	4,20	20,22	-0,21	-1,02	0,04	12,9	35,5	21,0	4,5	21,5
2	-	35,7	-	4,30	20,70	-0,29	-1,42	0,52	12,5	29,4	21,1	3,9	18,7
3	-	40,2	-	4,11	19,81	-0,21	-1,02	-0,37	11,6	31,2	21,0	4,5	21,6
4	-	44,5	-	4,03	19,41	-0,12	-0,60	-0,77	10,9	32,8	20,9	5,0	5,0
5	-	29,2	-	4,77	22,97	-0,38	-1,83	2,79	14,4	26,9	21,1	2,9	13,9
6	-	37,8	-	4,19	20,17	-0,27	-1,30	-0,01	12,2	30,7	21,0	4,3	20,3
7	-	41,9	-	4,08	19,65	-0,19	-0,94	-0,53	11,5	32,2	21,0	4,7	22,4
8	-	45,9	-	4,03	19,42	-0,12	-0,57	-0,76	11,1	33,4	20,9	5,0	24,1
9	-	99,8	-	4,39	21,16	0,52	2,50	0,98	8,8	42,4	20,2	6,8	33,8
10	9,1	0,5	-	4,30	20,72	0,00	0,00	0,54	13,0	42,6	20,8	5,3	25,4
11	-2,9	4,9	-	4,09	19,70	0,00	0,00	-0,48	11,1	38,3	20,8	5,4	26,2
12	-15,5	27,0	-	4,00	19,26	0,00	0,00	-0,92	9,1	34,4	20,8	5,5	26,5
13	-15,5	11,7	-	4,00	19,26	0,00	0,00	-0,92	9,1	34,4	20,8	5,5	26,5
14	5016,5	-2164,8	-	4,19	20,17	0,00	0,00	-0,01	5,2	28,7	20,8	5,4	25,8
15	31,7	-215,1	-	4,19	20,18	0,00	0,00	-	5,2	28,6	20,8	5,4	25,8
16	25,7	-1541,6	-	4,65	22,42	0,00	0,00	2,24	2,2	25,4	20,8	5,0	23,9
17	35,2	-369,6	-	4,05	19,51	0,00	0,00	-0,67	7,0	30,3	20,8	5,5	26,3
18	37,1	-473,7	-	4,02	19,34	0,00	0,00	-0,84	7,7	31,1	20,8	5,5	26,4
19	38,4	-547,9	-	4,00	19,28	0,00	0,00	-0,90	8,1	31,5	20,8	5,5	26,5
20	39,6	-626,1	-	3,99	19,24	0,00	0,00	-0,94	8,4	31,9	20,8	5,5	26,5
21	41,3	-750,5	-	3,99	19,21	0,00	0,00	-0,97	8,8	32,5	20,8	5,5	26,5
22	44,1	-977,4	-	3,99	19,21	0,00	0,00	-0,97	9,3	33,2	20,8	5,5	26,5
23	46,8	-1228,5	-	3,99	19,24	0,00	0,00	-0,94	9,7	33,9	20,8	5,5	26,5
24	28,4	-3649,3	-	4,18	20,14	0,00	0,00	-0,04	6,3	27,6	20,8	5,4	25,8
25	0,8	-0,7	-	4,22	20,34	0,43	2,06	0,16	10,4	41,6	20,3	6,0	29,4
26	3,2	-10,9	-	4,05	19,53	0,32	1,52	-0,65	7,7	29,6	20,4	5,3	25,7
27	-	1,1	-0,01	4,01	19,32	0,06	0,28	-0,86	9,7	29,6	20,7	5,7	27,5

28	0,2	0,0	-	8,48	40,85	-0,01	-0,07	20,67	10,6	161,8	20,8	10,7	51,7
29	2,5	0,3	0,03	4,28	20,63	-1,54	-7,42	0,45	10,8	32,7	22,3	5,3	23,6
30	2,6	1,0	-0,01	4,00	19,27	0,00	0,00	-0,91	10,3	29,9	20,8	5,5	26,5
31	0,4	0,6	-	4,18	20,16	0,39	1,90	-0,02	10,4	40,7	20,4	5,9	29,0
32	3,6	-12,0	-	4,03	19,44	0,45	2,16	-0,74	8,2	30,3	20,3	5,3	26,0
33	1,0	0,6	-	4,18	20,16	0,39	1,90	-0,02	10,4	40,7	20,4	5,9	29,0
34	4,9	-5,2	-	4,06	19,54	0,40	1,93	-0,64	9,6	36,4	20,4	5,7	28,1
35	4,2	-5,7	-	4,02	19,38	0,41	1,97	-0,80	9,2	34,5	20,3	5,6	27,6
36	2,6	0,3	-7,32	4,02	19,37	0,42	2,00	-0,81	8,9	34,3	20,3	5,6	27,3
37	-0,8	1,8	-0,20	4,00	19,29	0,42	2,00	-0,89	9,1	31,9	20,3	5,5	27,2
38	0,2	1,0	-0,02	4,00	19,29	0,41	1,99	-0,89	9,3	29,6	20,3	5,5	27,3
39	3,7	-18,5	51,49	4,01	19,30	0,41	1,97	-0,88	9,5	32,9	20,3	5,6	27,5
40	0,2	1,7	-	4,05	19,52	0,72	3,47	-0,66	8,9	32,9	20,0	5,6	27,9
41	0,5	1,5	-	4,03	19,41	0,59	2,82	-0,77	8,6	31,3	20,2	5,4	26,8
42	-16,8	11,7	-	4,00	19,26	0,00	0,00	-0,92	9,1	34,4	20,8	5,5	26,5
43	30,4	-215,1	-	4,19	20,18	0,00	0,00	0,00	5,2	28,6	20,8	5,4	25,8
44	1,2	0,0	-	4,02	19,36	0,00	0,00	-0,82	9,8	28,9	20,8	5,5	26,7
45	3,2	-10,9	-	4,05	19,53	0,32	1,52	-0,65	7,7	29,6	20,4	5,3	25,7

Donde:

Nº mod = número de modelo

Dif = Diferencia del RMSD (%) de cada modelo respecto al modelo base (15)

Min = Mínimo (estadística descriptiva de la estimación)

Max = Máximo (estadística descriptiva de la estimación)

Anexo 3. Parámetros estimados de los modelos ajustados en roble por UHI o en toda la muestra.

Modelos	UHI / Todas	β_0	β_1	β_2	β_3^*	β_4^*	β_5^*	β_6^*	β_7^*	β_8^*	β_9^*
3.1	RaTre9	31,19260	-207,0516	-	-	-	-	-	-	-	-
3.1	RoLa9	33,03419	-218,5217	-	-	-	-	-	-	-	-
3.1	RoLa14	34,00946	-252,3454	-	-	-	-	-	-	-	-
3.2	RaTre9	29,86304*	-193,8024*	1,43055741*	-0,1922168	0,2779938	-	-	-	-	-
3.2	RoLa9	33,32012*	-226,8367*	0,03256867*	0,6909588	0,9579674	-	-	-	-	-
3.2	RoLa14	33,63372*	-256,5840*	0,59724179*	2,8353014	-0,163657	-	-	-	-	-
3.2	Todas	32,33764*	-219,9123*	0,5909693*	0,8365005	-0,2588866	-	-	-	-	-
3.3	Todas	31,36848*	-214,3153*	-0,9816019*	-0,4631244	1,4801376	1,236303	1,637798	0,6482822	2,567799	1,061683
3.4	Todas	33,16374	-205,2097	-0,000787425	-	-	-	-	-	-	-
3.5	Todas	31,92191	-219,0614	0,015715069	-	-	-	-	-	-	-
3.6	Todas	28,89012	-200,984	0,126951482	-	-	-	-	-	-	-
3.7	Todas	35,79427	-240,1978	-1,828481283	-	-	-	-	-	-	-
3.8	Todas	34,62351	-234,9064	-1,778008665	-	-	-	-	-	-	-
3.9	Todas	32,49606	-222,0412	0,004190057	-	-	-	-	-	-	-
3.10	Todas	32,29592	-221,9234	0,006206526	-	-	-	-	-	-	-
3.11	Todas	29,57758	-204,1719	0,096435231	-	-	-	-	-	-	-
3.12	Todas	35,74598	-239,2682	-1,973177999	-	-	-	-	-	-	-
3.13	Todas	21,11203	-185,5152	0,380115348	-	-	-	-	-	-	-
3.14	Todas	25,5806	-238,741	11,35176	-	-	-	-	-	-	-

*parámetro correspondiente a variable dummy

Anexo 4. Parámetros estimados de los modelos generalizados combinados, ajustados en roble.

Modelos	UHI/Todas	Parámetros estimados					
		β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
3.15	Todas	28,68144	-199,7876	0,130057	0,0691281	-	-
3.16	Todas	29,19201	-202,6828	0,1228927	-0,1187071	-	-
3.17	Todas	21,84128	-197,4991	-0,1355502	0,4924804	-	-
3.18	Todas	35,92385	-240,8129	-1,4674563	-0,483161	-	-
3.19	Todas	13,5885	-150,1131	2,5506499	0,489403	-	-
3.20	Todas	12,36166	-145,1111	3,3288295	0,5036117	-	-
3.21	Todas	14,60468	-159,8025	-0,06813519	-0,0124779	2,628987	0,533595

Anexo 5. Clases de validación en base de ajuste.

Data	UHI	Clases	n.class	n
dbroFit	todas	<18,25	148	596
dbroFit	todas	18,25<=23<=	151	
dbroFit	todas	23<27<=	158	
dbroFit	todas	27<40<=	139	
dbroFit	RaTre9	<13,75	38	156
dbroFit	RaTre9	13,75<=20,88<=	40	
dbroFit	RaTre9	20,88<26,06<=	39	
dbroFit	RaTre9	26,06<35<=	39	
dbroFit	RoLa9	<=18	63	246
dbroFit	RoLa9	18<23<=	66	
dbroFit	RoLa9	23<26,5<=	57	
dbroFit	RoLa9	26,5<37.5<=	60	
dbroFit	RoLa14	<=21	52	194
dbroFit	RoLa14	21<25<=	50	
dbroFit	RoLa14	25<28<=	45	
dbroFit	RoLa14	28<40<=	47	

Donde:

Data = nombre del archivo contenedor de la base de ajuste;

UHI = Unidad Homogénea de Inventario;

Clases = rango de alturas de cada clase de validación;

n.class = cantidad de observaciones por clase de validación;

n = cantidad de observaciones por UHI.

Anexo 6. Comparación de modelo tradicional global y local en base a estadísticos de precisión y exactitud obtenidos en clases de validación de la muestra de ajuste (anexo 5). En negrita se destacan los valores más bajos de cada estadístico y su respectiva ponderación, así como el ranking del modelo de esta categoría que resultó seleccionado para continuar con la siguiente fase.

Modelo	RMSD (%)		DA (%)		RMSD (%)		DA (%)		p1	p2	p3	p4	p5	p6	suma	ranking
	Media	Desv. Est.	Media	Desv. Est.	Media	Desv. Est.	Media	Desv. Est.								
3.1a	21,71	9,48	11,13	6,21	19,29	2,91E-15	2	2	2	1	2	1	10	2		
3.1b	17,23	9,04	9,64	6,92	16,51	9,68E-15	1	1	1	2	1	2	8	1		

Anexo 7. Comparación de mejores modelos categóricos en base a estadísticos de precisión y exactitud obtenidos en clases de validación de la muestra de ajuste (anexo 5). En negrita se destacan los valores más bajos de cada estadístico y su respectiva ponderación, así como el ranking del modelo de esta categoría que resultó seleccionado para continuar con la siguiente fase.

Modelo	RMSD (%)		DA (%)		RMSD (%)		DA (%)		p1	p2	p3	p4	p5	p6	suma	ranking
	Media	Desv. Est.	Media	Desv. Est.	Media	Desv. Est.	Media	Desv. Est.								
3.3	17,61	9,10	9,38	6,25	16,42	-1,35E-14	2	2	1	1	2	2	10	2		
3.2b	17,12	8,91	9,45	6,70	16,36	7,65E-15	1	1	2	2	1	1	8	1		

Anexo 8. Comparación de mejores modelos generalizados de densidad en base a estadísticos de precisión y exactitud obtenidos en clases de validación de la muestra de ajuste (anexo 5). En negrita se destacan los valores más bajos de cada estadístico y su respectiva ponderación, así como el ranking del modelo de esta categoría que resultó seleccionado para continuar con la siguiente fase.

Modelo	RMSD (%)		DA (%)		RMSD (%)	DA (%)	p1	p2	p3	p4	p5	p6	suma	ranking
	Media	Desv. Est.	Media	Desv. Est.										
3.4	17,65	9,25	9,43	6,26	16,46	-2,27E-14	2	2	2	1	2	1	10	2
3.6	17,58	8,97	9,35	6,33	16,35	-2,62E-14	1	1	1	2	1	2	8	1

Anexo 9. Estadísticos de exactitud y precisión de modelos generalizados por UHI

Modelo	UHI	RMSD		DA	
		m	%	m	%
3.4	RoLi9	4,48	25,68	-2,66	-15,25
	CoU14	3,81	17,25	0,49	2,22
	RaTre8	5,08	39,66	-3,00	-23,40
	RoLi8	5,28	31,35	-3,83	-22,76
	Media ponderada	4,50	26,54	-1,75	-11,76
3.5	RoLi9	4,53	25,94	-2,62	-14,99
	CoU14	3,66	16,56	0,47	2,11
	RaTre8	5,66	44,16	-3,61	-28,21
	RoLi8	5,32	31,55	-3,93	-23,31
	Media ponderada	4,58	27,36	-1,90	-12,88
3.6	RoLi9	4,08	23,34	-2,23	-12,78
	CoU14	3,79	17,12	0,65	2,92
	RaTre8	4,92	38,40	-2,87	-22,37
	RoLi8	4,99	29,62	-3,44	-20,41
	Media ponderada	4,31	25,37	-1,50	-10,28
3.7	RoLi9	4,18	23,95	-2,23	-12,78
	CoU14	3,78	17,11	0,67	3,03
	RaTre8	5,11	39,85	-2,97	-23,21
	RoLi8	5,09	30,21	-3,59	-21,32
	Media ponderada	4,39	25,93	-1,54	-10,58
3.8	RoLi9	4,53	25,96	-2,60	-14,92
	CoU14	3,70	16,71	0,47	2,11
	RaTre8	5,55	43,34	-3,50	-27,30
	RoLi8	5,32	31,57	-3,97	-23,55
	Media ponderada	4,58	27,24	-1,88	-12,71
3.9	RoLi9	4,63	26,49	-2,62	-15,02

	CoU14	3,68	16,64	0,35	1,60
	RaTre8	5,82	45,42	-3,77	-29,40
	RoLi8	5,44	32,28	-4,07	-24,13
	Media ponderada	4,67	27,92	-2,00	-13,48
3.10	RoLi9	4,64	26,58	-2,66	-15,24
	CoU14	3,68	16,63	0,33	1,48
	RaTre8	5,85	45,65	-3,80	-29,63
	RoLi8	5,46	32,38	-4,08	-24,22
	Media ponderada	4,68	28,00	-2,03	-13,64
3.11	RoLi9	4,42	25,32	-2,73	-15,66
	CoU14	3,75	16,96	0,60	2,70
	RaTre8	5,18	40,42	-3,14	-24,52
	RoLi8	5,12	30,39	-3,64	-21,63
	Media ponderada	4,45	26,35	-1,73	-11,73
3.12	RoLi9	4,33	24,80	-2,53	-14,51
	CoU14	3,80	17,16	0,65	2,96
	RaTre8	5,26	41,05	-3,12	-24,32
	RoLi8	5,15	30,54	-3,64	-21,62
	Media ponderada	4,47	26,46	-1,65	-11,31
3.13	RoLi9	3,17	18,17	-0,36	-2,06
	CoU14	3,45	15,58	0,72	3,25
	RaTre8	3,37	26,30	-0,38	-3,00
	RoLi8	3,47	20,57	-1,69	-10,01
	Media ponderada	3,37	19,38	-0,19	-1,62
3.14	RoLi9	4,36	24,94	-1,22	-6,97
	CoU14	3,75	16,96	0,02	0,09
	RaTre8	5,38	42,00	-2,34	-18,23
	RoLi8	4,86	28,86	-3,09	-18,34
	Media ponderada	4,44	26,34	-1,32	-8,72

Anexo 10. Estadísticos de exactitud y precisión de modelos generalizados combinados por UHI.

Modelo	UHI	RMSD		DA	
		m	%	m	%
3.15	RoLi9	4,079	23,362	-2,237	-12,812
	CoU14	3,786	17,117	0,641	2,898
	RaTre8	4,924	38,437	-2,874	-22,430
	RoLi8	4,993	29,637	-3,441	-20,424
	Media ponderada	4,309	25,382	-1,501	-10,316
3.16	RoLi9	4,074	23,332	-2,236	-12,807
	CoU14	3,790	17,136	0,653	2,955
	RaTre8	4,913	38,349	-2,854	-22,280
	RoLi8	4,987	29,600	-3,433	-20,375
	Media ponderada	4,306	25,356	-1,491	-10,252
3.17	RoLi9	3,290	18,842	-0,163	-0,935
	CoU14	3,351	15,151	0,535	2,419
	RaTre8	3,560	27,790	-0,364	-2,839
	RoLi8	3,380	20,061	-1,658	-9,839
	Media ponderada	3,387	19,622	-0,199	-1,604
3.18	RoLi9	4,195	24,022	-2,284	-13,081
	CoU14	3,794	17,155	0,680	3,076
	RaTre8	5,107	39,863	-2,969	-23,179
	RoLi8	5,089	30,206	-3,582	-21,262
	Media ponderada	4,396	25,961	-1,543	-10,619
3.19	RoLi9	3,378	19,344	-0,332	-1,903
	CoU14	3,314	14,984	0,411	1,857
	RaTre8	3,517	27,456	-0,543	-4,235
	RoLi8	3,562	21,141	-1,669	-9,906
	Media ponderada	3,416	19,788	-0,326	-2,361
3.20	RoLi9	3,379	19,349	0,128	0,736

	CoU14	3,314	14,983	0,366	1,654
	RaTre8	3,447	26,908	-0,414	-3,235
	RoLi8	3,670	21,785	-1,636	-9,709
	Media ponderada	3,419	19,779	-0,201	-1,560
3.21	RoLi9	3,397	19,453	0,124	0,711
	CoU14	3,304	14,938	0,349	1,579
	RaTre8	3,511	27,409	-0,397	-3,098
	RoLi8	3,593	21,324	-1,632	-9,687
	Media ponderada	3,420	19,818	-0,203	-1,561

Anexo 11. Clases de validación en base de validación independiente.

Data	UHI	<=12,5	n.class	n
dbroVal	Todas	12,5<20<=	56	224
dbroVal	Todas	20<27,5<=	59	
dbroVal	Todas	27,5<35<=	54	
dbroVal	Todas	<21,06	55	
dbroVal	CoUI14	21,06<=24<=	8	30
dbroVal	CoUI14	24<28,5<=	8	
dbroVal	CoUI14	28,5<34<=	6	
dbroVal	CoUI14	<12,43	8	
dbroVal	RaTre8	12,43<=15,25<=	5	20
dbroVal	RaTre8	15,25<16,12<=	6	
dbroVal	RaTre8	16,12<22<=	4	
dbroVal	RaTre8	<12,62	5	
dbroVal	RoLi8	12,62<=17,5<=	4	15
dbroVal	RoLi8	17,5<19,25<=	4	
dbroVal	RoLi8	19,25<21,5<=	3	
dbroVal	RoLi8	<=13,5	4	
dbroVal	RoLi9	13,5<16<	6	21
dbroVal	RoLi9	16<=22,5<	4	
dbroVal	RoLi9	22,5<=30,25<=	6	
dbroVal	RoLi9		5	

Donde:

Data = nombre del archivo contenedor de la base de ajuste;

UHI = Unidad Homogénea de Inventario;

Clases = rango de alturas de cada clase de validación;

n.class = cantidad de observaciones por clase de validación;

n = cantidad de observaciones por UHI.

Anexo 12. Estadísticos de precisión y exactitud de mejores modelos generalizados por clase de validación en muestra independiente.

Estadísticos por clase		Modelos			
		3.13	3.20	3.19	
RMSD	(m)	<=12,5	3,53	3,301	3,339
		12,5<20<=	3,65	3,507	3,609
		20<27,5<=	2,5	2,715	2,605
		27,5<35<=	3,53	3,196	3,11
	(%)	<=12,5	34,6	32,3	32,67
		12,5<20<=	22,6	21,76	22,4
		20<27,5<=	10,4	11,27	10,81
		27,5<35<=	11,8	10,71	10,42
DA	(m)	<=12,5	-0,39	-0,65	-0,6
		12,5<20<=	-1,58	-1,58	-1,64
		20<27,5<=	-0,27	-0,04	-0,18
		27,5<35<=	2,99	2,264	2,282
	(%)	<=12,5	-3,78	-6,33	-5,87
		12,5<20<=	-9,83	-9,82	-10,2
		20<27,5<=	-1,12	-0,19	-0,74
		27,5<35<=	10	7,583	7,643

Anexo 13. Estadísticos de precisión y exactitud de modelo categórico local por clase de validación en muestra independiente, segregados por UHI (CoU114).

Estadísticos	Clases de validación				
	<21,06	21,06<=24<=	24<28,5<=	28,5<34<=	
RMSD	(m)	2,17	2,90	3,88	6,14
	(%)	11,64	12,82	14,82	19,64
DA	(m)	0,55	0,64	3,67	5,89
	(%)	2,93	2,84	14,01	18,86

Anexo 14. Estadísticos de precisión y exactitud de modelo categórico local por clase de validación en muestra independiente, segregados por UHI (RaTre8).

Estadísticos	Clases de validación				
	<12,43	12,43<=15,25<=	15,25<16,12<=	16,12<22<=	
RMSD	(m)	2,70	1,76	1,87	4,27
	(%)	28,13	12,21	11,87	23,85
DA	(m)	-2,34	1,06	1,75	3,85
	(%)	-24,45	7,41	11,11	21,52

Anexo 15. Estadísticos de precisión y exactitud de modelo categórico local por clase de validación en muestra independiente, segregados por UHI (RoLi8).

Estadísticos	Clases de validación				
	12,62<=17,5<=	17,5<19,25<=	19,25<21,5<=	<12,62	
RMSD	(m)	5,03	2,65	1,36	1,46
	(%)	42,77	17,37	7,33	7,14
DA	(m)	-5,00	-2,07	0,19	1,36
	(%)	-42,46	-13,58	1,02	6,62

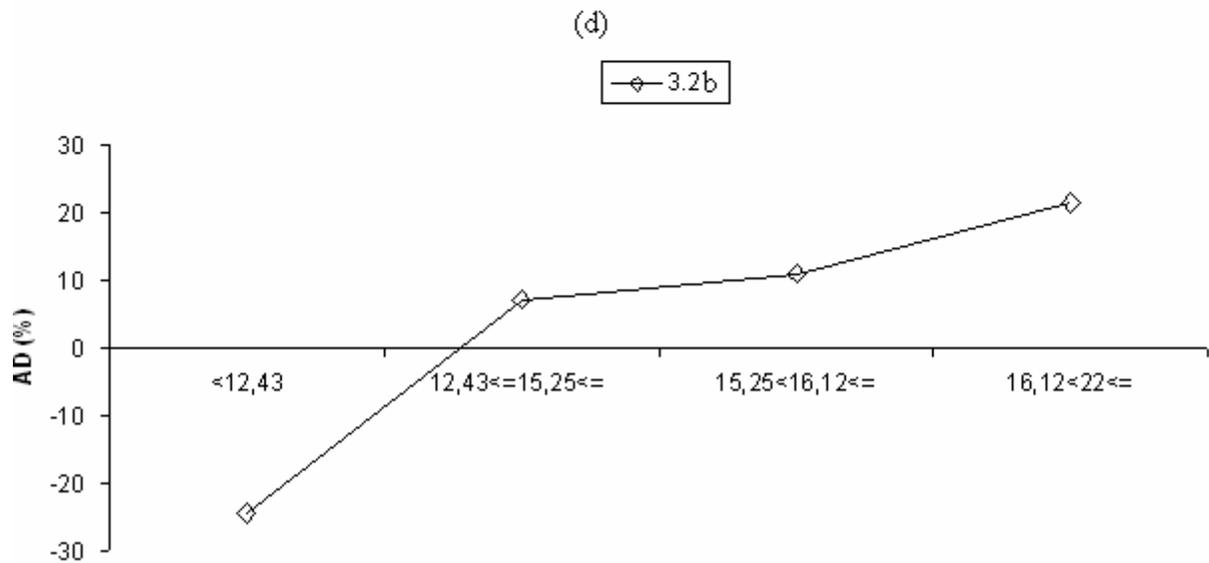
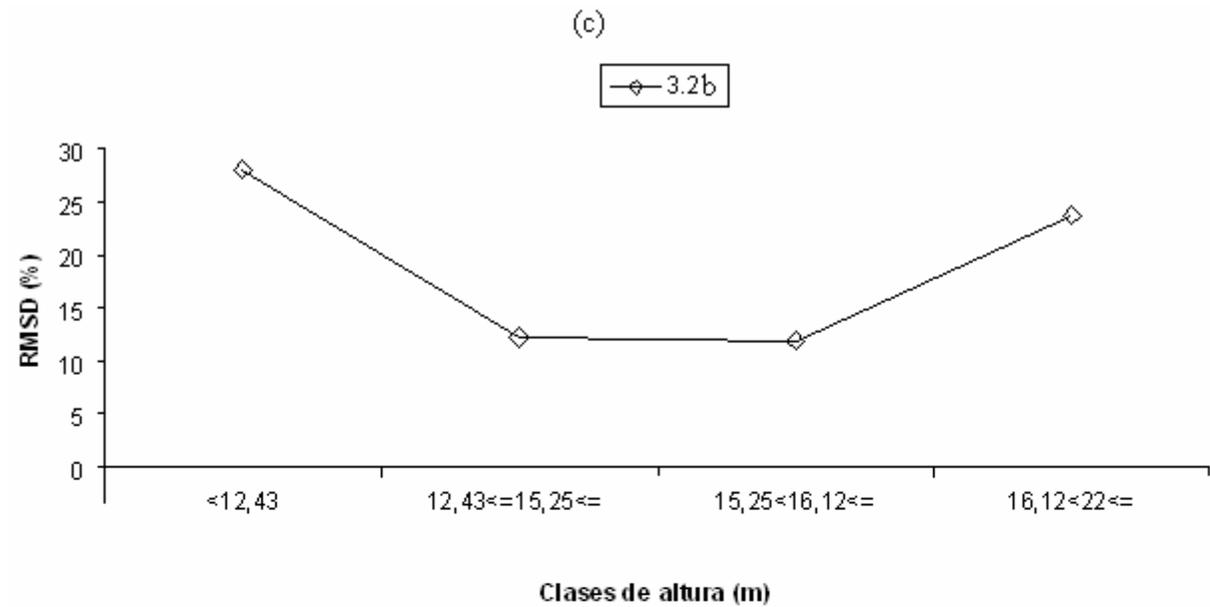
Anexo 16. Estadísticos de precisión y exactitud de modelo categórico local por clase de validación en muestra independiente, segregados por UHI (RoLi9).

Estadísticos	Clases de validación				
	<=13,5	13,5<16<	16<=22,5<	22,5<=30,25<=	
RMSD	(m)	4,04	5,41	1,94	2,81
	(%)	34,57	36,35	10,41	11,01
DA	(m)	-3,36	4,49	-1,62	0,85
	(%)	-28,82	30,16	-8,68	3,33

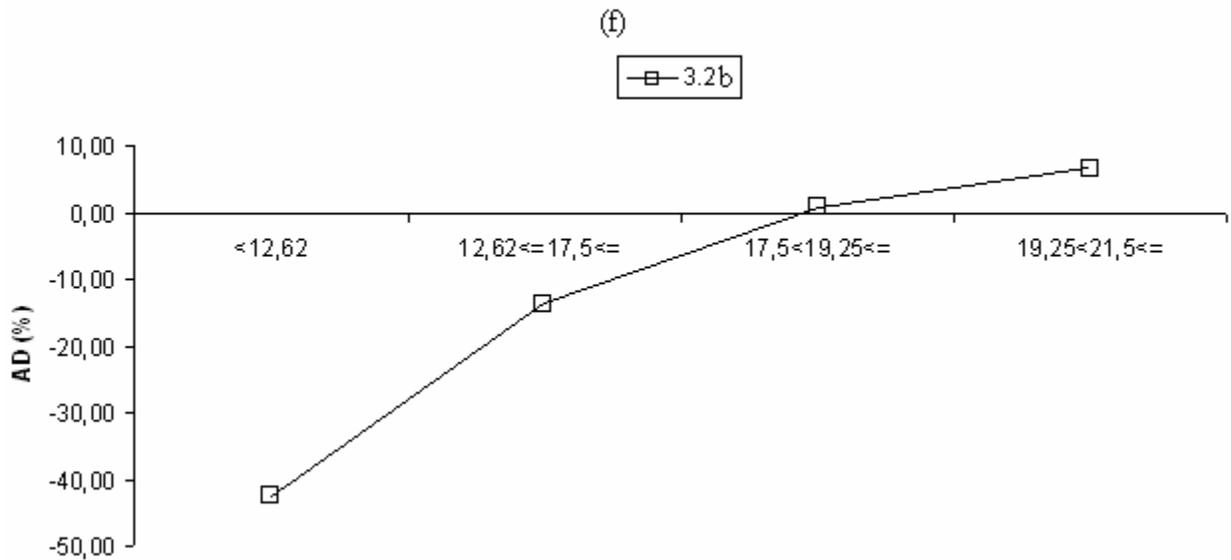
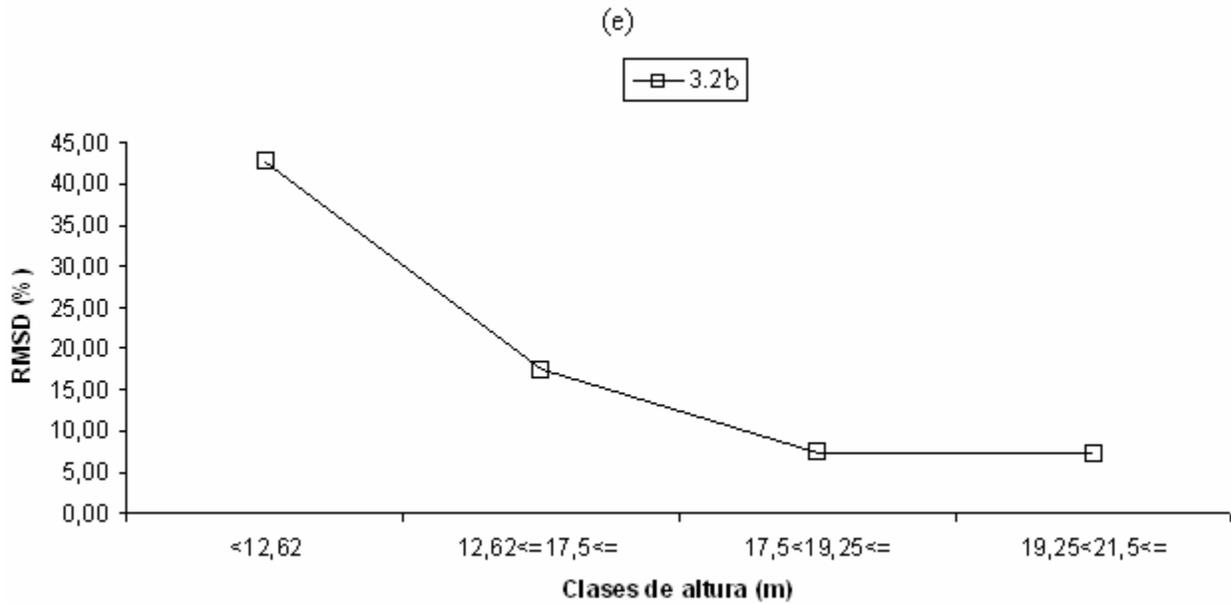
Anexo 17. Comparación de mejores modelos en base a estadísticos de precisión y exactitud obtenidos en clases de validación de la muestra de validación independiente (anexo 11). Los valores de los estadísticos obtenidos para el modelo 3.2 corresponden a medias ponderadas de las distintas UHI de la base de validación.

Modelo	RMSD (%)		DA (%)		RMSD (%)	DA (%)	p1	p2	p3	p4	p5	p6	suma	ranking
	Media	Desv. Est.	Media	Desv. Est.										
3,13	19,85	11,24	6,19	4,45	18,63	-1,03	4	4	3	3	3	1	18	3
3.20	19,01	10,22	5,98	4,12	15,67	-1,33	2	2	1	2	2	2	11	1
3.19	19,08	10,63	6,12	4,00	15,64	-1,61	3	3	2	1	1	3	13	2
3.2b	18,45	9,57	14,23	11,28	18,70	7,51	1	1	4	4	4	4	18	4

Anexo 18. RMSD (c) y AD (d) en porcentaje en clases de validación de altura en metros para el modelo categórico de dosel en la UHI con el segundo mayor número de observaciones (RoLi9).



Anexo 19. RMSD (e) y AD (f) en porcentaje en clases de validación de altura en metros para el modelo categórico de dosel en la UHI con el tercer mayor número de observaciones (RaTre8).



Anexo 20. RMSD (g) y AD (h) en porcentaje en clases de validación de altura en metros para el modelo categórico de dosel en la UHI con el menor número de observaciones (RoLi8).

